

## INFLUENCIA DE ASENTAMIENTOS DIFERENCIALES EN UN MARCO ESPACIAL: PARTE III

Ricardo BINDER K.\*  
Pedro ORTIGOSA de P.\*\*

### RESUMEN

*Se determinan los momentos flectores inducidos por desplazamientos de las fundaciones en un marco espacial de hormigón armado apoyado sobre zapatas aisladas. Se contemplan solicitaciones estáticas de peso propio más sobrecarga vertical y se consideran suelos tipo grava, arena y arcilla modelados como medios elásticos, homogéneos e isotrópicos. Se analiza la influencia del número de pisos, la influencia de la secuencia constructiva del marco y el efecto del envejecimiento y creep del hormigón. Los resultados se comparan con mediciones de terreno a través de un gráfico asentamiento diferencial máximo,  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ , con respecto al asentamiento máximo,  $\rho_{m\acute{a}x}$ .*

### INTRODUCCION

En ingeniería de fundaciones es ampliamente reconocida la importancia que tienen los asentamientos en el diseño y dimensionamiento de un sistema de zapatas para una estructura con características de rigidez y funcionalidad determinadas. Fernández, Ortigosa y Guendelman<sup>1</sup> iniciaron un estudio sistemático de las varia-

---

\* Estudiante graduado del Magister en Mecánica de Suelos, IDIEM.

\*\* Ingeniero investigador del IDIEM. Profesor de Mecánica de Suelos y Fundaciones, Universidad de Chile.

bles presentes en el problema, el que fue continuado posteriormente por Binder y Ortigosa<sup>2</sup>. Para tal efecto realizaron un análisis mediante computador de un marco espacial de hormigón armado apoyado sobre zapatas cuadradas, Fig. 1.

En el análisis del marco espacial, Fernández, Ortigosa y Guendelman consideraron las siguientes variables:

a) Número de pisos comprendido entre 2 y 7

b) Suelos de apoyo tipo grava, arena y arcilla modelados como medios homogéneos, isotrópicos y elásticos con un módulo de Poisson igual a 0.30 y módulos de elasticidad iguales a 1500 kgf/cm<sup>2</sup> para la grava, 300 kgf/cm<sup>2</sup> para la arena y 50 kgf/cm<sup>2</sup> para la arcilla. Para la componente cíclica de la sollicitación (sismo) estos módulos fueron amplificados por un factor igual a 3. La modelación anterior implica que el suelo de apoyo tiene un comportamiento carga-deformación lineal, que se deforma instantáneamente, que no hay erraticidades en sus características de deformación y que no experimenta compactación al estar sometido a sollicitaciones de corte cíclicas inducidas por el sismo.

c) Vigas de fundación con diferentes rigideces apoyadas sobre un medio *winkleriano*.

d) Sollicitación vertical de peso propio igual a 600 kgf/m<sup>2</sup> más sobrecarga de 200 kgf/m<sup>2</sup>, uniformemente repartida en las losas de cada piso, y sollicitación sísmica horizontal con distribución triangular calculada con un coeficiente igual al 10% de la aceleración de gravedad.

Además establecieron una serie de consideraciones simplificadorias propias de un análisis sistemático de variables:

a) El hormigón armado del marco tiene un comportamiento carga-deformación lineal con un módulo de elasticidad de 300.000 kgf/cm<sup>2</sup> y uno de corte igual a 120.000 kgf/cm<sup>2</sup>.

b) Se ignora el efecto del *creep* y el envejecimiento del hormigón, así como también sus variaciones de volumen inducidas por cambios de humedad y temperatura en el medio ambiente.

c) Los cruces entre vigas y pilares y entre éstos y las zapatas de fundación constituyen nudos rígidos; las losas se modelan con rigidez nula en el sentido vertical e infinita en su plano.

d) El marco se construye en forma instantánea.

e) Se ignora la interacción entre zapatas a través del suelo.

Las zapatas las dimensionaron con las reacciones obtenidas para sollicitaciones de peso propio más sobrecarga y considerando que el marco se apoya sobre un medio infinitamente rígido (v. gr. *zapatas desconectadas*). En este dimensionamiento utilizaron fatigas de contacto admisibles de 1.5 kgf/cm<sup>2</sup> para la arcilla, 2.5 kgf/cm<sup>2</sup> para la arena y 5.0 kgf/cm<sup>2</sup> para la grava. Posteriormente con las reacciones obtenidas teniendo en cuenta la interacción suelo-estructura (se origina una redistribución de reacciones) comprobaron, para la gran mayoría de los casos, que las fatigas de contacto resultaban iguales o inferiores a las fatigas admisibles y que no se producían tracciones en los sellos de fundación. Para

solicitaciones de peso propio, sobrecarga y sismo la comprobación anterior la efectuaron aumentando en 50% las fatigas admisibles obteniendo resultados similares. Cabe señalar finalmente que en el dimensionamiento de las zapatas no implantaron la limitación de asentamiento máximo admisible ni tampoco contemplaron un dimensionamiento compensado tendiente a reducir los asentamientos diferenciales. En la Tabla I se presentan las dimensiones obtenidas para las zapatas en función del número de pisos y del tipo de suelo de apoyo.

**TABLA I**  
**DIMENSIONES DE ZAPATA SEGUN EL TIPO**  
**DE SUELO DE APOYO<sup>1</sup>**

Nº de pisos	Suelo tipo	Dimensión zapata cuadrada (m)		
		Vértice	Borde	Central
2	Grava	1.15	1.05	1.30
	Arena	1.25	1.45	1.85
	Arcilla	1.50	1.80	2.40
4	Grava	1.15	1.40	1.80
	Arena	1.55	1.95	2.55
	Arcilla	1.95	2.50	3.30
7	Grava	1.45	1.80	2.30
	Arena	1.95	2.50	3.25
	Arcilla	2.45	3.20	4.20

Binder y Ortigosa<sup>2</sup> utilizaron la estructura indicada en la Fig. 1 y establecieron las mismas consideraciones simplificadoras formuladas anteriormente, a excepción de lo siguiente:

a) En lugar de modelar al suelo como un medio elástico emplearon una arcilla saturada cuyo comportamiento carga-deformación lo suponen unidimensional. Para tal efecto adoptaron un peso unitario sumergido igual a  $0.6 \text{ t/m}^3$ , índices de recompresión y de compresión en zona virgen iguales a 0.048 y 0.65, una razón de vacíos inicial igual a 1.70 y diferentes variaciones en profundidad de la presión de preconsolidación. No contemplaron el fenómeno de consolidación de la arcilla.

b) Analizaron la influencia de erraticidades locales en las características de deformación del suelo de apoyo. Para tal efecto ocho de las nueve zapatas del marco se apoyaron sobre arcilla con índices de compresión y recompresión iguales a los indicados anteriormente quedando la zapata restante sobre arcilla con índices incrementados en 25%.

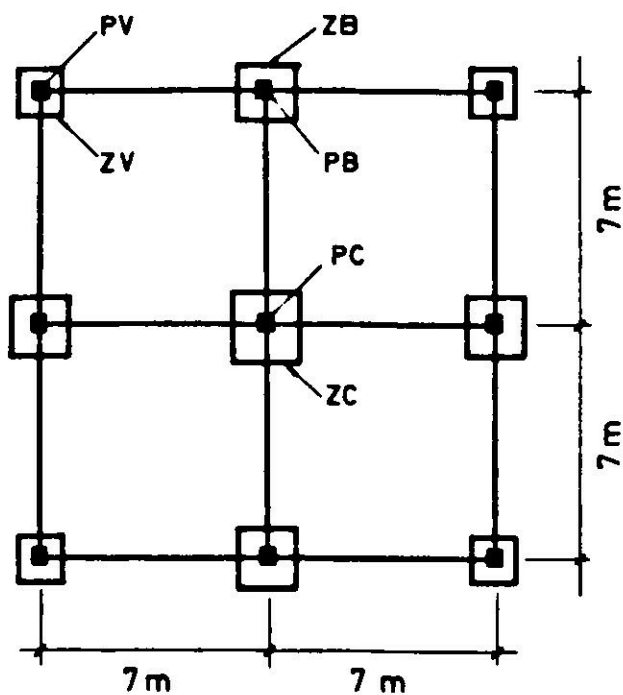
c) Consideraron la interacción entre zapatas a través del suelo.

d) Solo contemplaron solicitaciones verticales de peso propio más sobrecarga.

e) No incorporaron vigas de fundación.

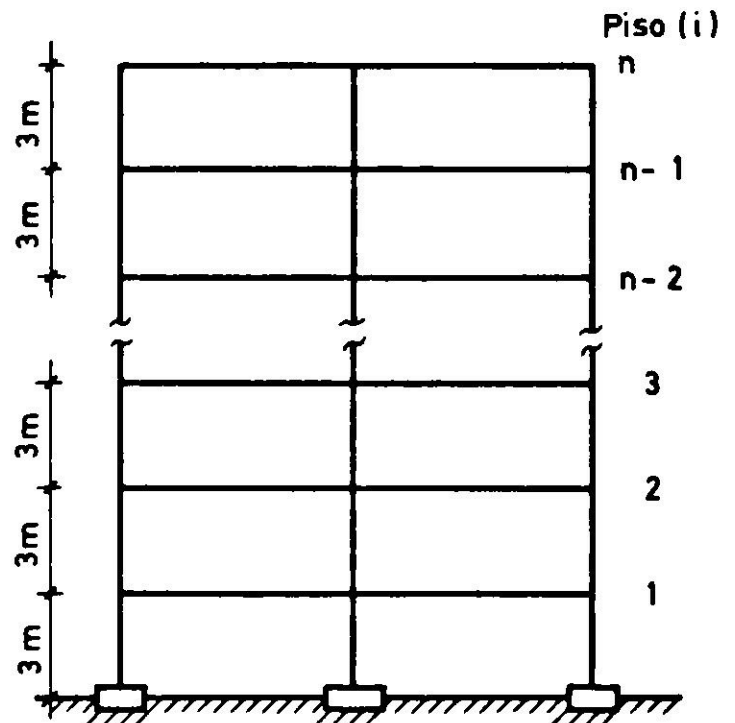
f) Las dimensiones de las zapatas las mantuvieron iguales a las establecidas para arcilla en la Tabla I.

El presente trabajo es una continuación del iniciado por Fernández, Ortigosa y Guendelman y, por lo tanto, se emplea la estructura esquematizada en la Fig. 1



ZB = ZAPATA BORDE  
 ZC = ZAPATA CENTRAL  
 ZV = ZAPATA VERTICE

PB = PILAR BORDE  
 PC = PILAR CENTRAL  
 PV = PILAR VERTICE



DIMENSIONES DE PILARES Y VIGAS

PISO (i)	PILARES	VIGAS
$n \geq i \geq n-2$	50x50cm	50 x 70cm
$n-3 \geq i \geq n-5$	60x60cm	
$n-6 \geq i$	70x70cm	

Fig. 1. Geometría de la estructura básica analizada.

y se establecen las mismas consideraciones formuladas por dichos autores. Sin embargo, ahora se incluye la influencia de la secuencia constructiva del marco y el efecto del *creep* y envejecimiento del hormigón. A fin de simplificar el análisis no se incorporan vigas de fundación y se excluye la sollicitación sísmica. Las dimensiones de las zapatas se mantienen iguales a las indicadas en la Tabla I ya que la incorporación de la secuencia constructiva y *creep* no introduce una redistribución de reacciones lo suficientemente importante como para modificar dichas dimensiones. No se incluye el efecto de interacción entre zapatas a través del suelo ya que, para la geometría de la planta de fundaciones empleada en este estudio, su efecto es poco significativo<sup>2</sup>. En una memoria de R. Binder<sup>3</sup> se exponen en detalle los procedimientos utilizados en el análisis, especialmente en lo concerniente al *creep* del hormigón.

## SOLUCION DE LA ESTRUCTURA ANALIZADA

### Programa de computación

Para resolver el problema planteado se utilizó un programa de computación elaborado por IEC Ingenieros Ltda. que permite el análisis de estructuras elásticas con nudos rígidos, aporticadas espacialmente. El programa considera en los nudos extremos de cada elemento (viga o pilar) solicitaciones y deformaciones según 6 grados de libertad y la inclusión de resortes lineales de apoyo correspondientes a cada una de las 6 componentes de desplazamiento. Para la estructura analizada dichos resortes de apoyo se ubican en los nudos correspondientes a la unión entre los pilares y las zapatas, de los cuales solo se contempló el resorte de desplazamiento vertical y los resortes de giro en torno a dos ejes que pasan por el centro de gravedad de las zapatas y que son paralelos a sus lados. El resto se consideró con una constante de resorte infinita, es decir, las zapatas no tienen movimiento de torsión ni se desplazan en su plano horizontal. En la práctica, esta simplificación no modifica mayormente los resultados obtenidos en el análisis, especialmente si existen cadenas o vigas de fundación que unan entre sí las zapatas.

El programa empleado fue adaptado al computador IBM-360/4 del Centro de Computación de la Universidad de Chile, usa memoria dinámica y requiere 3 cintas de operación como unidades de memoria adicional. Puede analizar estructuras con geometría y solicitación asimétricas de hasta 8 pisos con 12 nudos por piso y de hasta 23 pisos con 9 nudos por piso.

### Secuencia constructiva

Debido a la variedad de métodos constructivos y a la complejidad del avance de la construcción de un edificio fue necesario establecer, en una primera etapa del estudio, las siguientes hipótesis simplificadoras:

a) Cada piso se construye instantáneamente 25 días después de construido el piso anterior.

b) El descimbrado se hace 12 días después de la construcción del piso y sólo a partir de ese momento se considera que actúa la carga de peso propio del piso desmoldado.

c) La sobrecarga se aplica simultáneamente en todos los pisos pasado medio año de construido el último piso.

Debido a que se consideró un comportamiento lineal carga deformación tanto para el hormigón armado del marco como para el suelo de apoyo, fue posible aplicar el principio de superposición de la manera siguiente:

a) Se analizó el marco de un piso con las cargas correspondientes al peso propio del primer piso.

b) Se analizó el marco de dos pisos exclusivamente con las cargas correspondientes al peso propio del segundo piso. Esta etapa se repitió hasta completar la cantidad total de pisos.

c) Se analizó el marco con todos sus pisos aplicando simultáneamente en todos ellos la sobrecarga.

d) Finalmente se sumaron los esfuerzos en los elementos de la estructura y los asentamientos en las zapatas obtenidos en cada una de las etapas descritas anteriormente, lo que permitió determinar los esfuerzos y asentamientos resultantes.

Esta metodología se aplicó incluso cuando se consideró el *creep* y el envejecimiento del hormigón en el entendido de que el principio de superposición sigue siendo válido bajo tales circunstancias.

### Envejecimiento del hormigón

A medida que un elemento de hormigón envejece la deformación elástica instantánea  $\epsilon_e$ , que experimenta por la acción de una carga externa es menor cuanto mayor sea el tiempo transcurrido entre el fraguado y el instante de aplicación de la sollicitación. Este tiempo corresponde a lo que comúnmente se denomina edad del hormigón,  $t_i$ . Dado que el fenómeno se manifiesta para cualquier tipo de sollicitación se le puede representar con un módulo de elasticidad instantáneo,  $E_b$ , variable con dicha edad. En la Fig. 2 se han graficado algunas de las expresiones que ligan  $E_b$  con la edad del hormigón las cuales se ajustaron de tal modo que para  $t = 28$  días  $E_b$  fuera igual a  $300.000 \text{ kgf/cm}^2$ . La razón de este ajuste obedece a la adopción de un valor igual a  $300.000 \text{ kgf/cm}^2$  en aquellos casos en que las características de deformación del hormigón se supusieron constantes en el tiempo. Para los efectos del presente trabajo se adoptó la variación propuesta por la norma ACI 1963, representada por la curva 3 en Fig. 2.

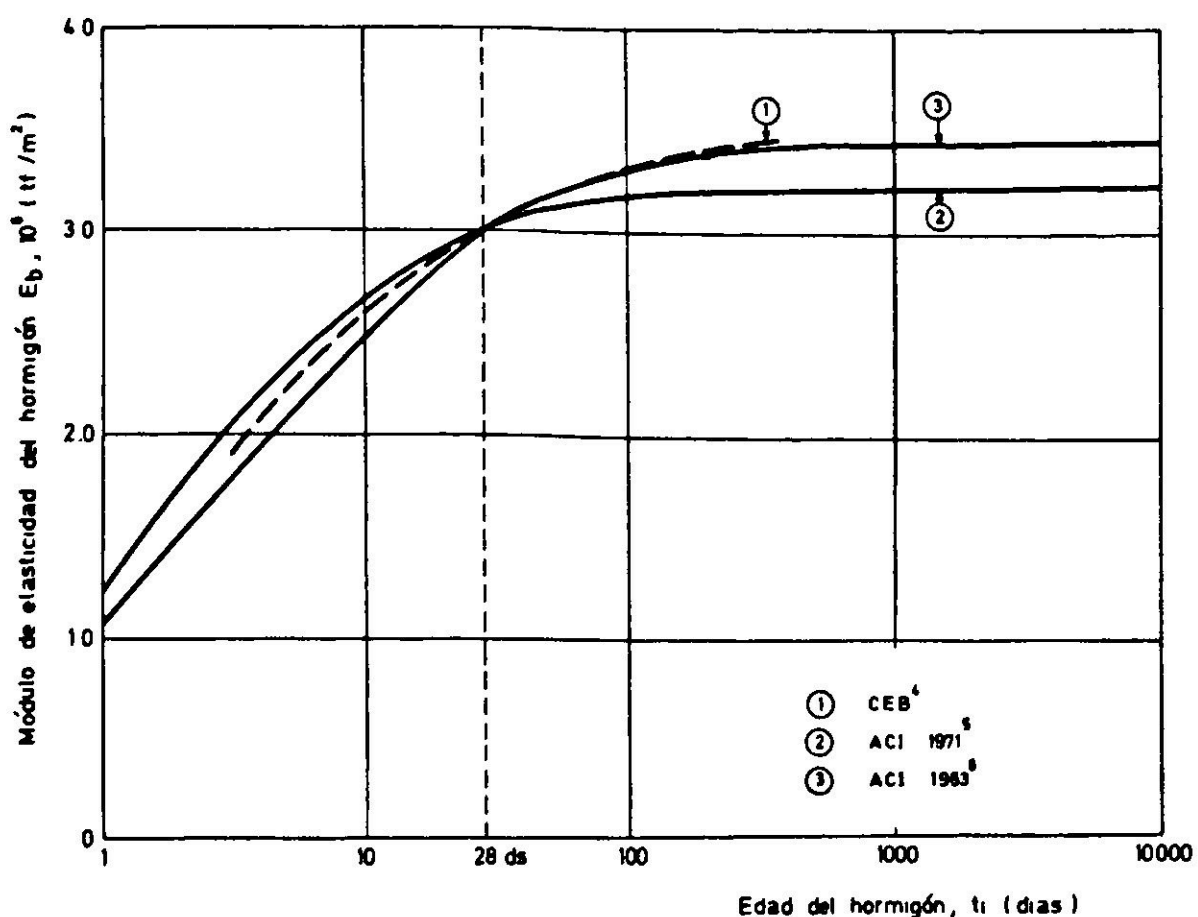


Fig. 2. Variación del módulo de elasticidad del hormigón con la edad

## Creep del hormigón

### Definiciones

Cuando en un cierto instante  $t_i$  se aplica una carga constante en el tiempo sobre un elemento de hormigón se origina una deformación elástica instantánea,  $\epsilon_e$ , asociada al módulo de elasticidad del hormigón en el momento de cargar, y una deformación diferida en el tiempo  $\epsilon_c$  que recibe el nombre de *creep*. Por el contrario, si al elemento de hormigón se le impone una deformación constante en el tiempo se origina una tensión inicial la cual disminuye en el tiempo, fenómeno que recibe el nombre de relajación. Este comportamiento se debe a una interacción bastante compleja entre las fases que componen el hormigón,<sup>7, 8</sup> el cual se ve afectado por la temperatura y humedad del medio ambiente, la edad y geometría del elemento de hormigón, la composición del cemento, las propiedades físicas de los agregados y el valor de la razón agua cemento<sup>9, 10, 11</sup>.

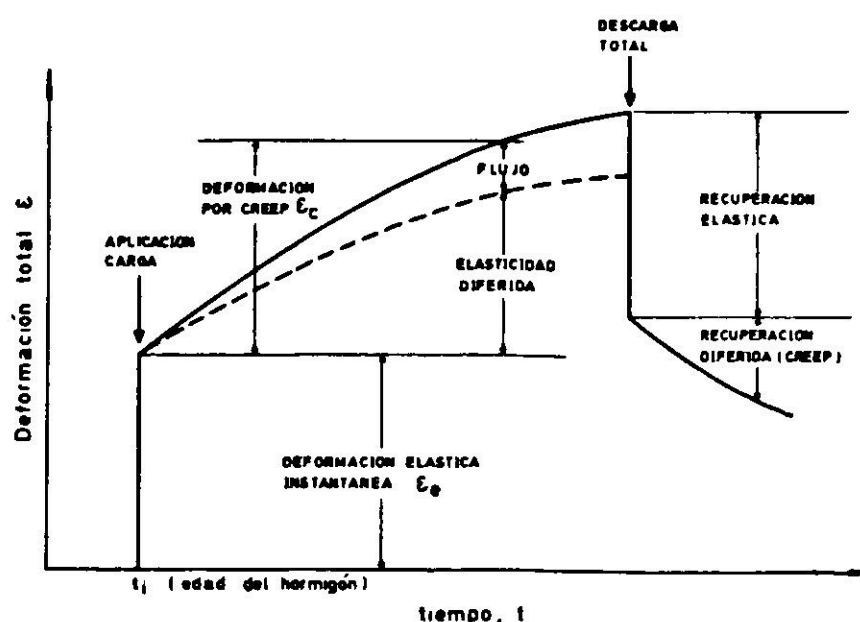


Fig. 3. Componentes de la deformación por *creep* en el hormigón.

TABLA II  
FACTORES QUE INFLUYEN EN LAS COMPONENTES  
DE DEFORMACION POR CREEP

Factor	Influencia
Edad del hormigón al cargar ( $t_i$ )	Reducida influencia en la elasticidad diferida. Influye en la deformación por flujo.
Temperatura del medio ambiente	Prácticamente no tiene influencia en la elasticidad diferida. Afecta al flujo (a mayor temperatura mayor deformación).
Geometría del elemento	Afecta exclusivamente al flujo (a mayor razón masa/superficie menor deformación).
Humedad del medio ambiente	Afecta mayoritariamente a la deformación por flujo (a mayor humedad menor deformación).
Tipo de cemento	Influye en la deformación por flujo.

En la Fig. 3 se ilustran las diferentes componentes de deformación que intervienen en el fenómeno de *creep*. La parte recuperable de la deformación por *creep* recibe el nombre de elasticidad diferida y la irrecuperable el nombre de flujo. Estas dos componentes de la deformación se ven afectadas en mayor o menor grado por los factores indicados en la Tabla II, situación que debe tenerse en cuenta al formular las ecuaciones que describan el *creep* del hormigón.

#### Ecuaciones del *creep*

Si la tensión aplicada sobre el elemento de hormigón es inferior al 40% de su tensión de ruptura es posible establecer una relación lineal del tipo:

$$\epsilon_c(t) = \sigma(t_i) \varphi(t, t_i)$$

en que  $\sigma(t_i)$  representa la tensión aplicada al elemento de hormigón en el instante  $t_i$  la cual se mantiene constante en el tiempo;  $\varphi(t, t_i)$ , la función que representa el desarrollo del *creep* en el instante  $t > t_i$ ;  $\epsilon_c(t)$ , la deformación por *creep* en el instante  $t$ . La deformación total estará dada por la relación:

$$\epsilon(t) = \epsilon_e(t_i) + \epsilon_c(t)$$

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma(t_i)}{E_b(t_i)} + \sigma(t_i) \varphi(t, t_i)$$

$$\epsilon(t) = \sigma(t_i) \left[ \frac{1}{E_b(t_i)} + \varphi(t, t_i) \right] = \sigma(t_i) f(t, t_i)$$

La función  $f(t, t_i)$ , comúnmente llamada función de *creep*, incluye el envejecimiento del hormigón en el cálculo de la deformación elástica y permite obtener el desarrollo en el tiempo de la deformación total del elemento. Por el contrario, si se conoce la deformación impuesta al elemento ello permite obtener el desarrollo en el tiempo de las tensiones inducidas, es decir, resuelve el problema de relajación. Los primeros intentos de encontrar formulaciones para la función de *creep* se basaron en modelos reológicos<sup>9, 11, 12, 13, 15</sup>. Dado que estas formulaciones no permiten obtener resultados con la aproximación que se requiere en ciertos problemas, se han propuesto otras en las cuales los parámetros que intervienen se dan en tablas y gráficos obtenidos experimentalmente<sup>4, 9</sup>. Para los efectos del presente estudio se utilizó la formulación propuesta en 1973 por el Comité Europeo del Hormigón<sup>9</sup> que tiene la ventaja sobre otras de separar la componente de flujo y la componente de elasticidad diferida presentes en el desarrollo del *creep*. En el Anexo se expone en detalle dicha formulación.

#### Principio de superposición

Es importante tener en cuenta en el presente estudio la validez del principio de superposición en el desarrollo del *creep*, especialmente en los casos que consideran



secuencia constructiva. Este principio no sólo es aplicable a la deformación elástica,  $\epsilon_e$ , sino que también a la deformación por *creep*,  $\epsilon_c$ . En otras palabras, si sobre un elemento de hormigón se aplica una tensión  $\sigma_A(t_1)$  en el instante  $t_1$  y una tensión  $\sigma_B(t_2)$  en el instante  $t_2 > t_1$ , la deformación total resultante en el instante  $t$  queda dada por:

$$\epsilon(t) = \sigma_A(t_1) f(t, t_1) \quad t < t_2$$

$$\epsilon(t) = \sigma_A(t_1) f(t, t_1) + \sigma_B(t_2) f(t, t_2) \quad t \geq t_2$$

La validez del principio de superposición también ha sido comprobada para casos de relajación.

### Métodos de cálculo

Existen varios métodos numéricos que permiten incorporar el *creep* y el envejecimiento del hormigón en el análisis de estructuras hiperestáticas incluyendo casos de relajación e incluso incorporando el efecto de las armaduras<sup>9, 11, 16 a 20</sup>. Si bien el empleo de estos métodos permite obtener resultados bastante precisos, su aplicación queda restringida por la gran cantidad de cálculos y datos que exigen manejar. Para obviar este problema se han formulado metodologías más simplificadas como por ejemplo el método del módulo de elasticidad efectivo<sup>21</sup>. Esencialmente consiste en definir un módulo de elasticidad equivalente del hormigón,  $E_{be}$ , a través de la relación:

$$E_{be}(t, t_i) = \frac{\sigma(t_i)}{\epsilon(t)} = \frac{1}{f(t, t_i)} = \frac{1}{\frac{1}{E_b(t_i)} + \varphi(t, t_i)}$$

Con la relación anterior es posible calcular los valores de  $E_{be}$  para cada elemento de la estructura (vigas o pilares) en función del tiempo,  $t$ , y de la edad del elemento en el momento de cargarlo,  $t_i$ . En otras palabras se resuelve una estructura cuyos elementos tienen diferentes módulos de elasticidad los que además varían con el tiempo. Debido a que cuando se considera secuencia constructiva las cargas externas de peso propio y sobrecarga también varían con el tiempo, se aplicó el principio de superposición en la forma ilustrada por la Fig. 4. Así entonces, los asentamientos resultantes en las zapatas y los esfuerzos inducidos en la estructura al cabo de un tiempo  $t$  corresponden a la suma de los valores obtenidos en cada subestructura. En relación a la Fig. 4 es preciso aclarar los siguientes aspectos: (i) se elaboró en base al modelo de secuencia constructiva utilizado en el presente estudio; y (ii) se puede utilizar para casos que contemplen secuencia constructiva e ignoren el *creep* y el envejecimiento del hormigón con lo cual los valores de  $E_{be}$  son constantes en el tiempo e iguales para todos los elementos de la estructura. En tales casos se adoptó  $E_b = 300.000 \text{ kgf/cm}^2$ .

$t$  = Tiempo en días a partir del inicio de la construcción del primer piso  
 $t_i$  = Edad del hormigón (días) en el momento de aplicar "q" calculada a través de la relación  $t_i = 12 + 25 (i - 1)$  con  $i = 1, 2, \dots, n$ .  
 $q_j$  = Carga asociada al peso propio del piso "j" con  $j = 1, 2, \dots, n$   
 $n$  = Numero de pisos de la estructura  
 $E_{be}$  = Módulo de elasticidad equivalente del hormigón calculado con la relación  $E_{be}(t, t_i) = \frac{1}{\frac{1}{E_b(t_i)} + \varphi(t - 25(j - 1), t_i)}$

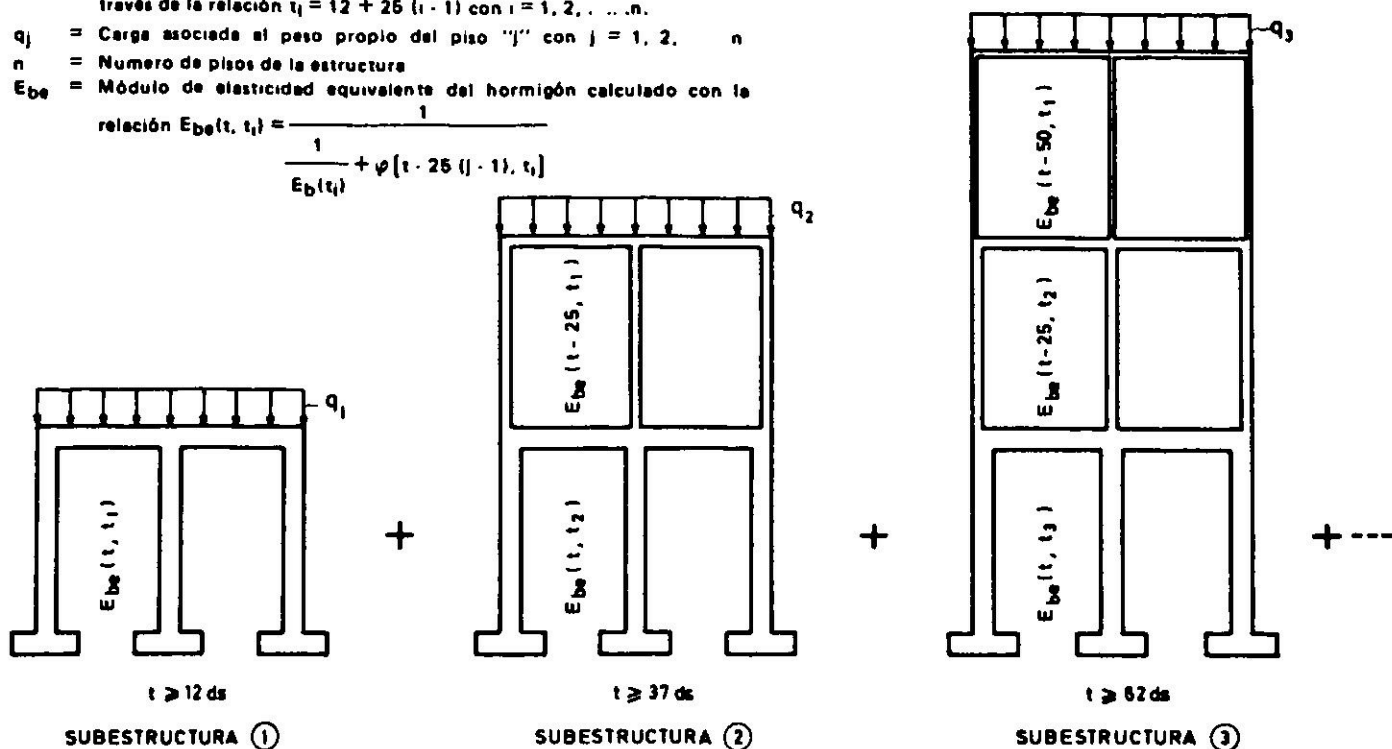


Fig. 4. Modelo de superposición para el cálculo de la estructura considerando secuencia constructiva.

Con el fin de definir la función  $\varphi(t, t_i)$ , necesaria para calcular los módulos de elasticidad efectivos, se empleó la formulación de la ley de *creep* detallada en el Anexo con las siguientes condiciones:

- Humedad relativa 70% .
- Temperatura promedio 20°C.
- Cemento con endurecimiento normal.

**Discusión**

La formulación de la función de *creep* se basa en resultados de ensayos de compresión, pero existe coincidencia en extrapolarlos para cargas de tracción pura y flexo-tracción<sup>22 a 25</sup>. Para solicitaciones de corte no se encontró información disponible quedando ésta restringida a ensayos de torsión. De esta información parece desprenderse que las características del hormigón a torsión y a compresión son similares. Sin embargo, el *creep* específico (deformación por unidad de tensión) es el doble en el caso de torsión. Si bien es cierto que el programa de computación utilizado considera las deformaciones por corte, torsión, flexión y compresión de las vigas y pilares de la estructura, la influencia de las dos primeras es poco importante. De acuerdo a esto se aceptó la función de *creep* basada en ensayos de compresión, independientemente del tipo de solicitación presente en la estructura analizada.

En lo que respecta a las armaduras su incorporación reduce la magnitud del *creep*, con lo cual el módulo de elasticidad efectivo del hormigón aumenta:

$$E_{be}(t, t_i) = \frac{1}{\frac{1}{E_b(t_i)} + k_r \varphi(t, t_i)}$$

El término  $k_r$  representa el coeficiente de reducción por armaduras cuyo valor resulta generalmente inferior a 0.75. Varios autores<sup>11, 18, 26, 27</sup> han formulado metodologías que permiten estimar el valor  $k_r$ , siendo la más simple la formulada por la norma ACI<sup>5</sup>:

$$k_r = 0.85 - 0.45 \frac{A'_s}{A_s} \quad k_r \geq 0.40$$

en que  $A'_s$  corresponde al área de acero en compresión y  $A_s$  el área en tracción. Para los efectos del presente estudio no se tomó en cuenta el efecto de las armaduras en el desarrollo del *creep*.

Finalmente cabe señalar que el empleo del método del módulo efectivo lleva implícitos dos errores:

a) La determinación del  $E_{be}(t, t_i)$  se efectúa empleando la función de *creep*  $\varphi(t, t_i)$  la cual se dedujo para incrementos de tensión  $\sigma(t_i)$  que permanecen constantes en el tiempo. Si bien las cargas  $q_j$  aplicadas a las diferentes subestructuras son constantes los incrementos de tensión  $\sigma(t_i)$  asociados a ellas experimentan variaciones con el tiempo ya que la rigidez de la estructura va cambiando (por ej.  $E_{be}$  disminuye a medida que transcurre el tiempo). Existen metodologías de cálculo que tienen en cuenta lo anterior, pero su aplicación práctica queda restringida por la gran cantidad de cálculos y datos que exigen manejar.

b) El método de superposición indicado en la Fig. 4 ignora la interacción que se origina entre los diferentes pisos de la estructura con cargo a deformaciones de *creep*; así por ejemplo las tensiones en el primer piso debidas a la aplicación de  $q_1$  se calculan independizándose de la posterior construcción de los restantes pisos. Ello no es correcto ya que una vez construido el segundo piso las deformaciones por *creep* inducidas por la carga  $q_1$  hacen que ambos pisos interactúen entre sí. Este error tiende a disminuir a medida que el tiempo transcurrido entre la construcción de dos pisos consecutivos aumenta (por ej. las deformaciones por *creep* del primer piso inducidas por  $q_1$  se han desarrollado en alto grado antes de construir el segundo piso).

## RESULTADOS

Los resultados que se presentan corresponden a asentamientos totales y diferenciales y a momentos flectores en las vigas según la nomenclatura indicada en la Fig. 5. Por razones de espacio no se incluyen los momentos flectores en los pilares, pero en todo caso las tendencias de variación que éstos presentan son similares a las obtenidas para los momentos en las vigas.

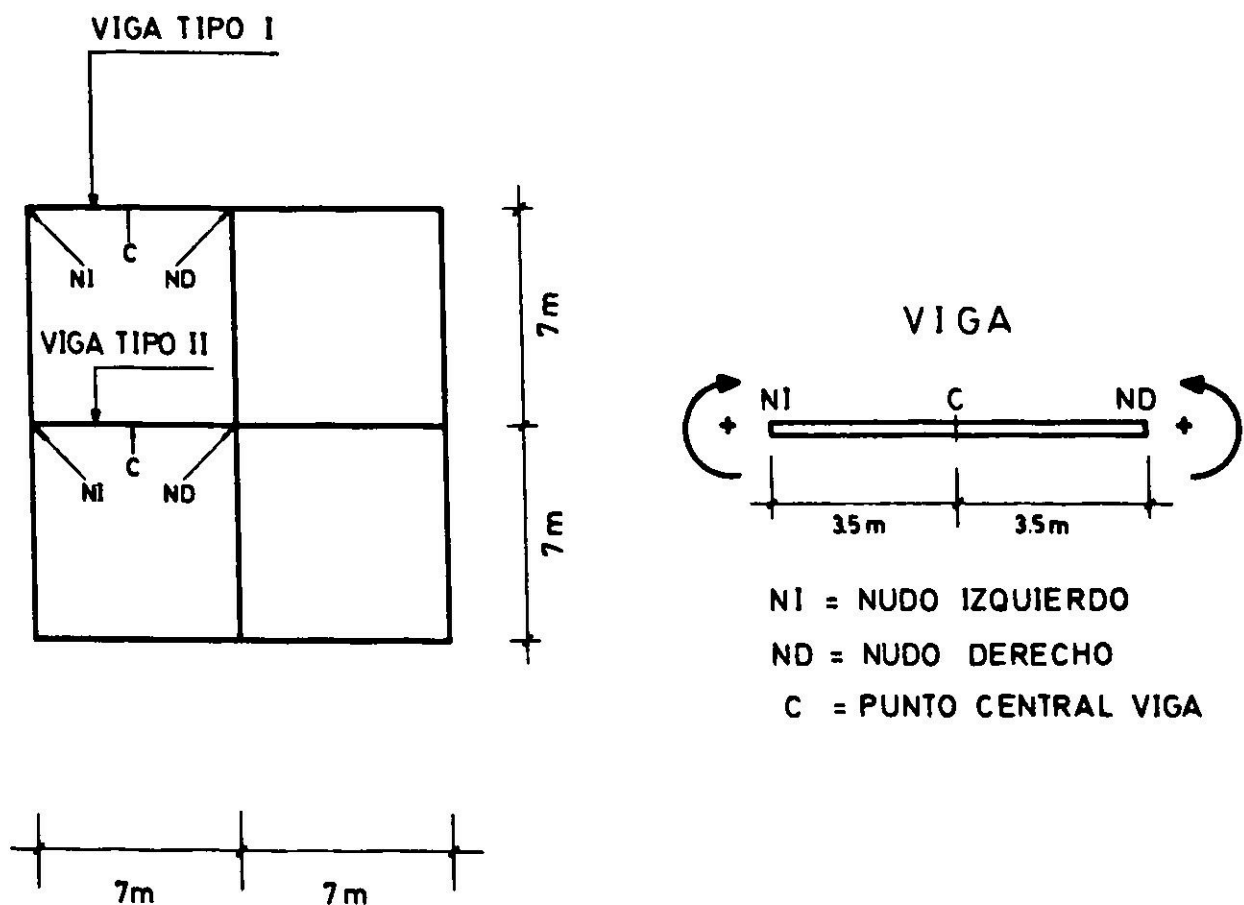


Fig. 5. Nomenclatura utilizada y signo de momentos flectores en vigas.

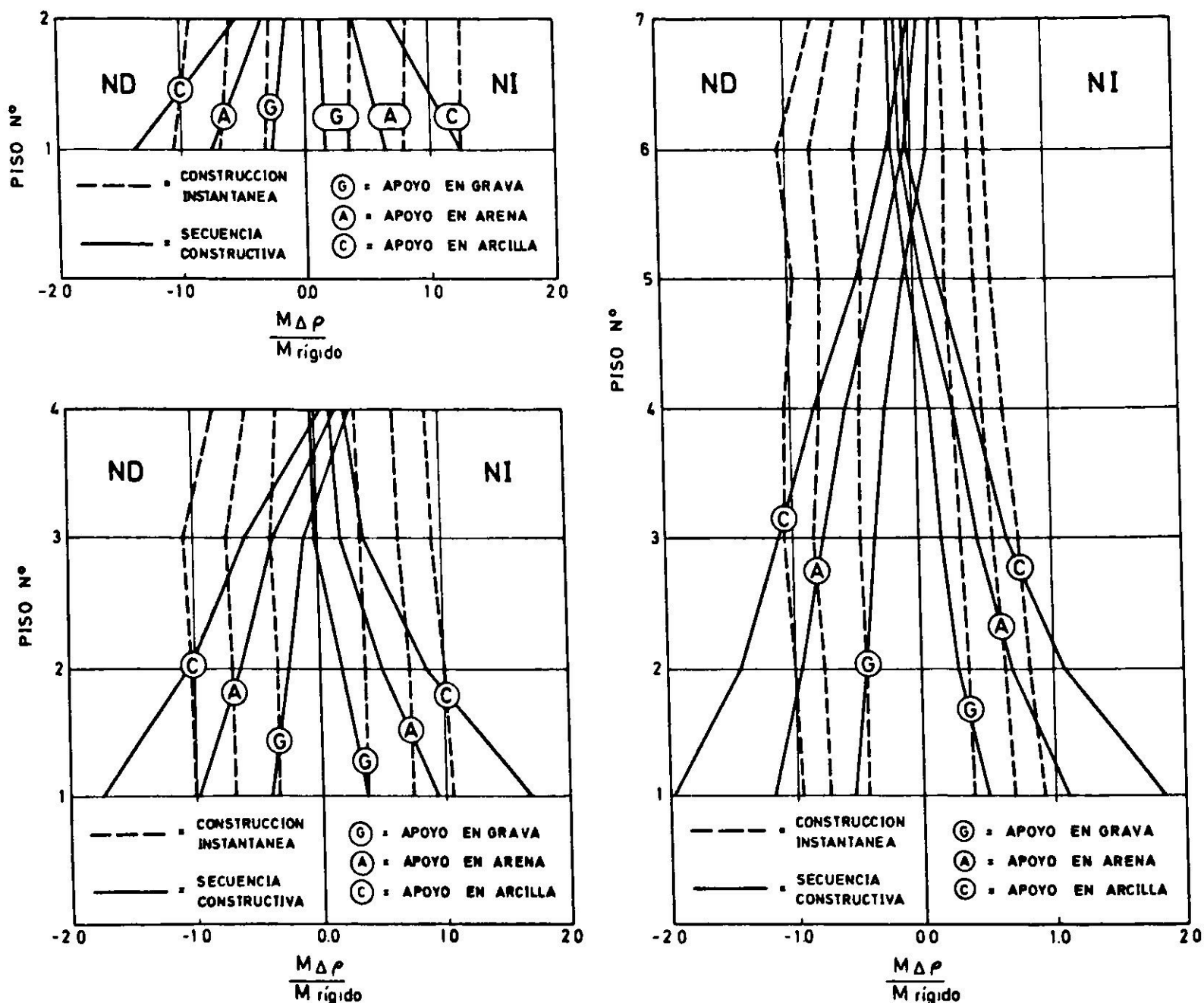


Fig. 6. Razón entre el momento flector inducido por los asentamientos diferenciales y el momento flector resultante con apoyo rígido-nudos de la viga tipo II en estructuras de 2, 4 y 7 pisos.

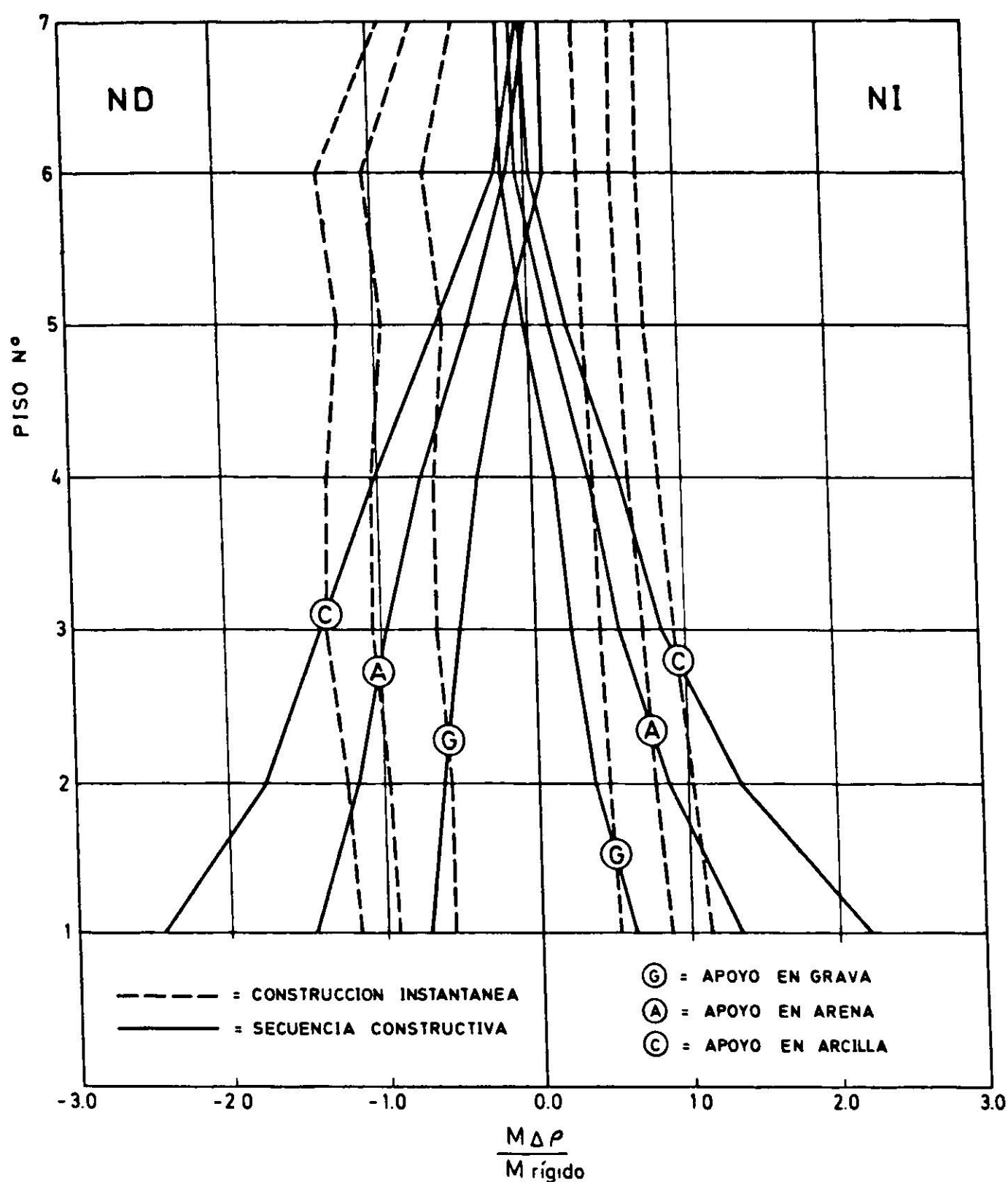


Fig. 7. Razón entre el momento flector inducido por los asentamientos diferenciales y el momento flector resultante con apoyo rígido-nudos de la viga tipo I en estructura de 7 pisos.

### Momentos flectores

En las Figs. 6 y 7 se ilustra la variación con el número de pisos de la razón  $M_{\Delta\rho}/M_{rígido}$  en que  $M_{\Delta\rho}$  representa el momento flector inducido por los asentamientos diferenciales en los nudos extremos de las vigas y  $M_{rígido}$  el momento flector resultante cuando la estructura se apoya sobre un medio infinitamente rígido. Los resultados graficados corresponden a casos de apoyo en grava, arena y arcilla con construcción instantánea y secuencia constructiva, en los cuales no se incluyen ni el envejecimiento ni el *creep* del hormigón.

De la observación de las Fig. 6 y 7 se desprende que la magnitud de los momentos aportados por los asentamientos diferenciales, expresada como frac-

ción del  $M_{rígido}$ , aumenta a medida que el suelo se torna más compresible (para apoyo sobre arcilla el momento resultante  $M_R = M_{rígido} + M_{\Delta\rho}$  puede ser superior a dos veces el  $M_{rígido}$ ). Sin embargo lo más significativo en estas figuras lo constituye la influencia de la secuencia constructiva en el valor de  $M_{\Delta\rho}$ . En efecto, el hecho de ignorar la secuencia constructiva se traduce, en general, en una subestimación del valor de  $M_{\Delta\rho}$  en los pisos inferiores y en una sobreestimación de dicho momento flector en los pisos superiores. La razón de esto es que al suponer construcción instantánea los asentamientos diferenciales inducidos por la sollicitación de peso propio de los pisos inferiores se calculan con la rigidez de toda la estructura y, por lo tanto, son menores a los obtenidos considerando la secuencia constructiva. Por el contrario, los asentamientos diferenciales que afectan a los pisos superiores son menores a los obtenidos con construcción instantánea debido a que el peso propio de los pisos inferiores ha originado los correspondientes asentamientos diferenciales con anterioridad a la construcción de los pisos superiores. El análisis anterior solo tiene validez para la modelación del suelo empleada en el presente trabajo, la cual lo considera como un medio que se deforma instantáneamente. Si el suelo presentara un comportamiento carga-deformación diferido en el tiempo (por ej. consolidación en arcillas saturadas), la influencia de la secuencia constructiva sería menos marcada, con lo cual los resultados tenderían a los valores  $M_{\Delta\rho}/M_{rígido}$  obtenidos para construcción instantánea. Obviamente que esta tendencia dependerá de la relación entre la velocidad de construcción y la velocidad de consolidación del suelo de apoyo.

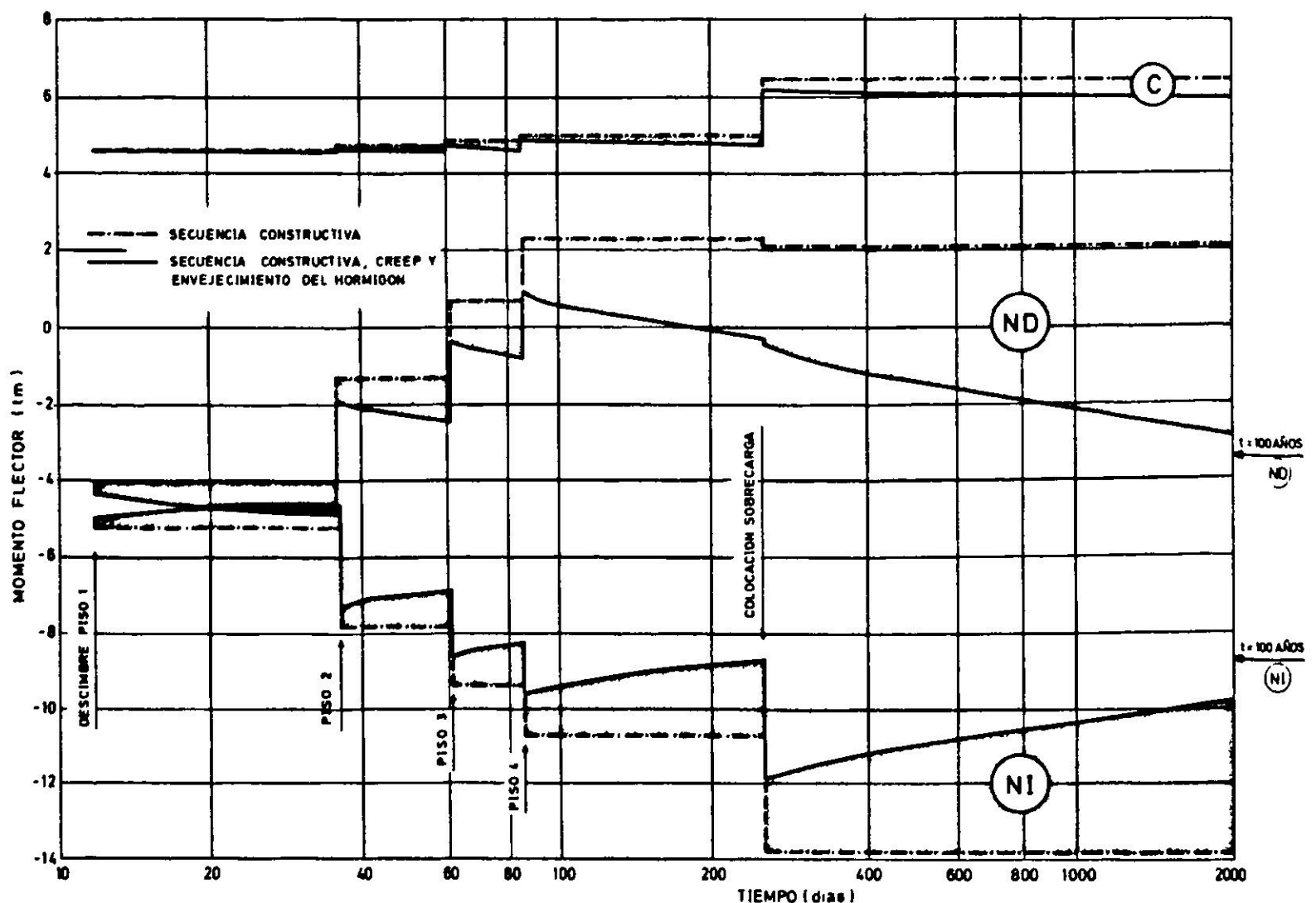


Fig. 8. Momentos flectores resultantes en viga tipo I primer piso para estructura de 4 pisos apoyada sobre arena.

Cabe finalmente señalar que los momentos flectores en el punto central de las vigas resultan virtualmente independientes de si se considera o no la secuencia constructiva.

La Fig. 8 ilustra una variación típica de los momentos flectores en función del tiempo cuando se supone que las características de deformación del hormigón son constantes y cuando se consideran los fenómenos de *creep* y envejecimiento presentes en dicho material. Los resultados indican que al tener en cuenta la variación en el tiempo de las características de deformación del hormigón se produce, como era de esperar, un cambio bastante significativo en los momentos flectores en los extremos de las vigas.

Las Figs. 9 a 11 presentan un resumen de resultados para la estructura de cuatro pisos apoyada sobre grava, arena y arcilla considerando las cuatro modelaciones siguientes:

- Modelación 1 Estructura construida sobre apoyo rígido (determina el momento flector  $M_{rígido}$  que constituye el patrón de referencia).
- Modelación 2 Estructura construida instantáneamente sobre suelo (se introduce el efecto de los asentamientos diferenciales).
- Modelación 3 Estructura con secuencia constructiva apoyada sobre suelo, considerando que las características de deformación del hormigón son constantes en el tiempo.
- Modelación 4 Estructura con secuencia constructiva apoyada sobre suelo, con incorporación del *creep* y envejecimiento del hormigón.

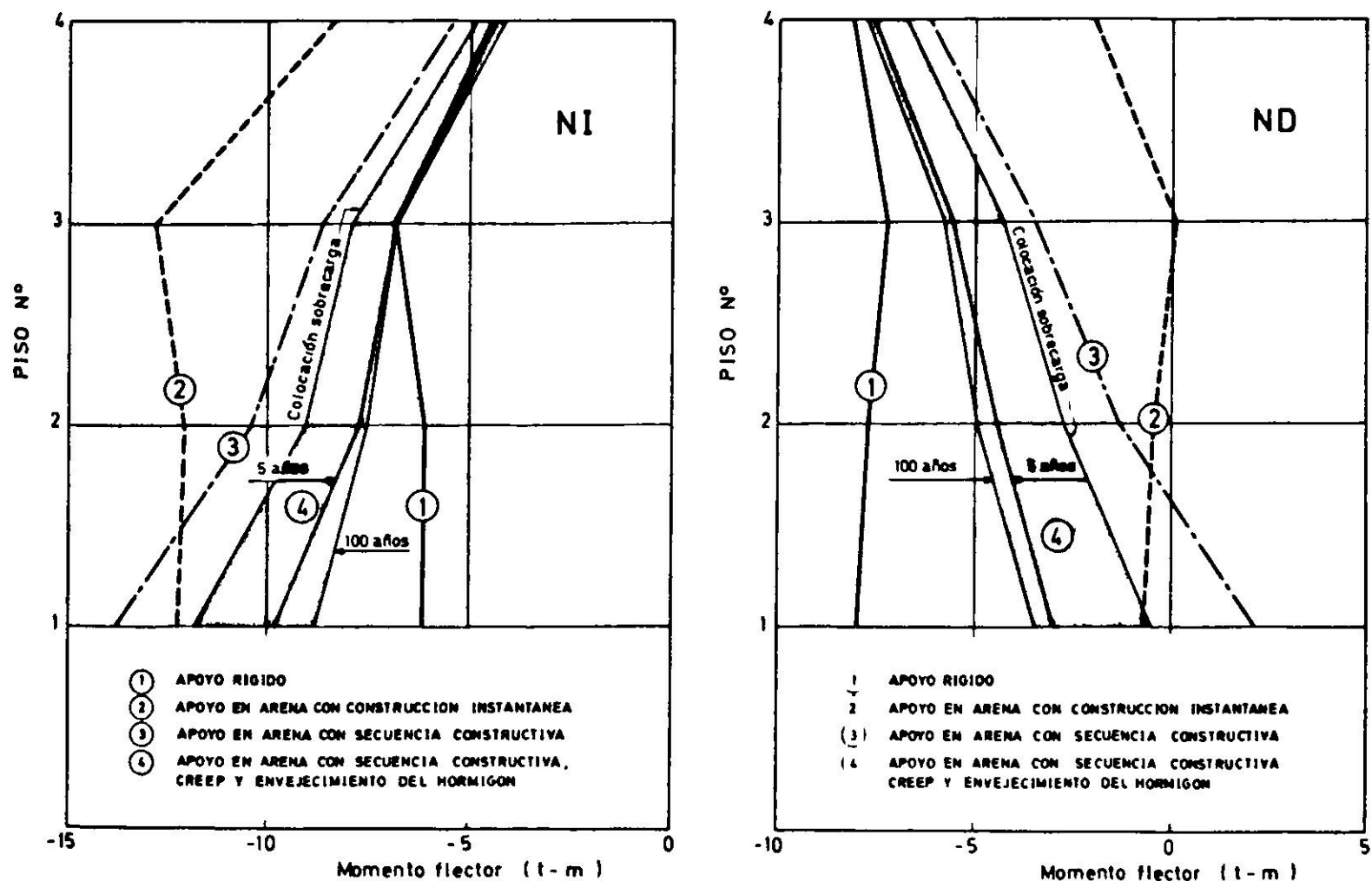


Fig. 9. Momentos flectores resultantes en viga tipo I para estructura de 4 pisos apoyada sobre arena.

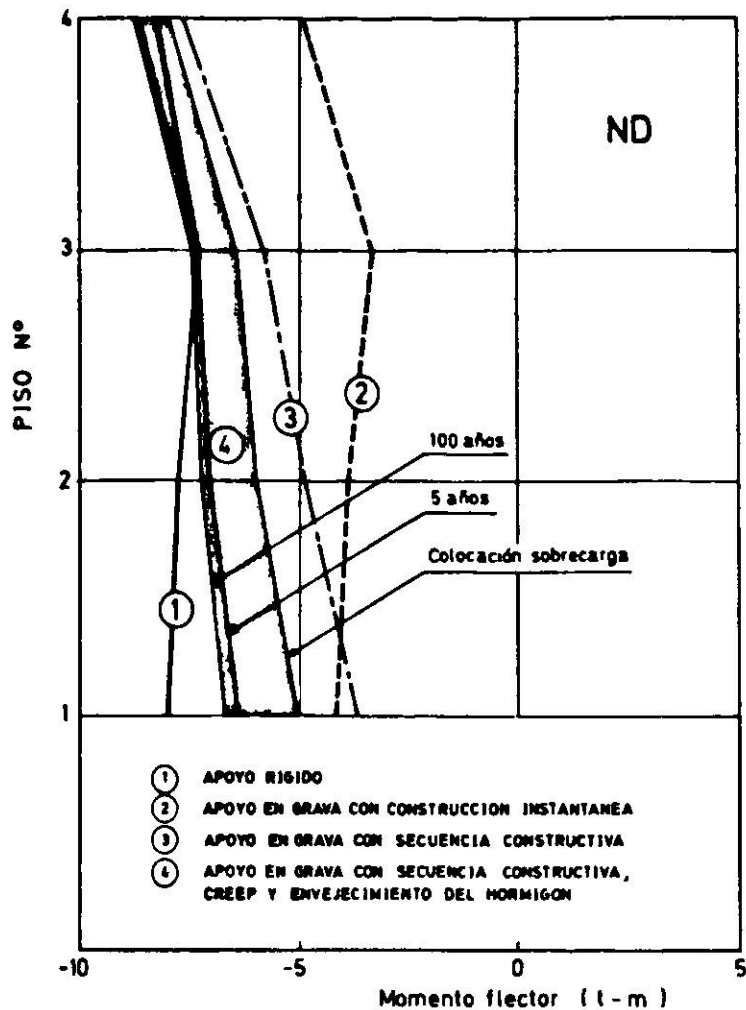


Fig. 10. Momentos flectores resultantes en viga tipo I para estructura de 4 pisos apoyada sobre grava.

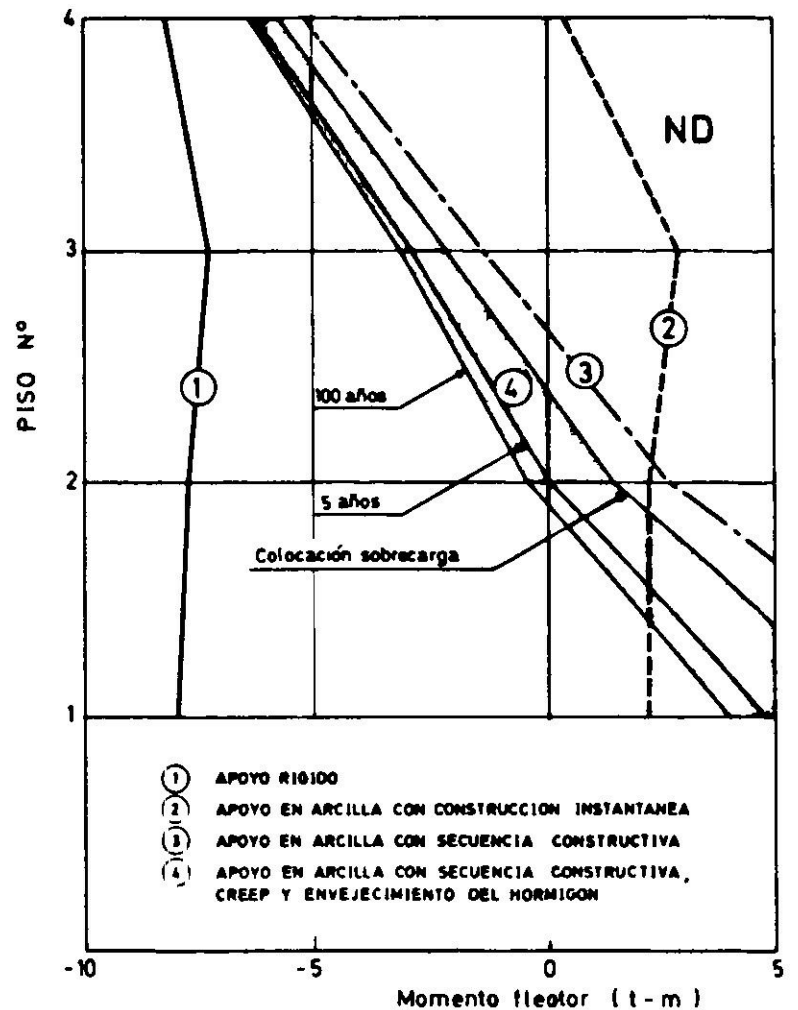


Fig. 11. Momentos flectores resultantes en viga tipo I para estructura de 4 pisos apoyada sobre arcilla.

El ordenamiento anterior parte con una modelación sobre apoyo rígido, que es la más simple y la que comúnmente se emplea en la práctica ingenieril, para terminar con una modelación sofisticada más representativa de lo que ocurre en la realidad. Los resultados obtenidos señalan los siguientes aspectos de interés: (i) a medida que la modelación incorpora una mayor cantidad de elementos y por lo tanto se torna más sofisticada, los momentos flectores tienden al valor  $M_{rígido}$ ; (ii) el *creep* del hormigón juega un papel importante en el retorno al momento  $M_{rígido}$ , el cual es más significativo en los primeros cinco años de la vida útil de la estructura, para posteriormente amortiguarse notoriamente; y (iii) para suelos tipo grava el retorno al momento  $M_{rígido}$  es prácticamente total. Sin embargo, se hace notar nuevamente que las conclusiones anteriores solo son válidas para la modelación del suelo empleada en el presente trabajo, la que supone que éste se deforma instantáneamente. Para suelos con deformación diferida en el tiempo es difícil pronosticar tendencias ya que se requiere compatibilizar la velocidad de construcción, la velocidad de consolidación del suelo y la velocidad de desarrollo del *creep*. En lo que respecta a los momentos flectores en el punto central de las vigas, éstos resultan virtualmente independientes de la modelación empleada.

### Asentamientos

En ingeniería de fundaciones el diseño y dimensionamiento de zapatas queda controlado por dos requisitos fundamentales: que la fatiga de contacto de trabajo



tenga un factor de seguridad adecuado con respecto a la falla por corte del suelo de apoyo y que el asentamiento total de las zapatas asociado a dicha fatiga,  $\rho_t$ , sea igual o menor que un cierto asentamiento máximo admisible,  $\rho_{adm}$ . En el presente análisis sólo nos ocuparemos de la segunda verificación, que generalmente es la que controla el diseño. Una forma de abordar el problema ha consistido en el análisis de registros de asentamientos en estructuras con y sin daños, los cuales han permitido determinar límites admisibles de diseño<sup>28 a 32</sup>. Esta determinación se ha logrado a través de correlaciones empíricas entre la distorsión angular máxima,  $(\Delta\rho/l)_{m\acute{a}x}$ , y el asentamiento diferencial máximo  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ , las que han sido establecidas para suelos tipo arena y tipo arcilla. El término  $\Delta\rho$  representa el asentamiento diferencial entre dos puntos cualesquiera de la planta de fundación y  $l$  la distancia horizontal entre ellos. Con estas correlaciones y la distorsión angular admisible,  $(\Delta\rho/l)_{adm}$ , cuyos valores han sido definidos empíricamente para estructuras con diferentes características de rigidez y funcionalidad, es posible obtener el asentamiento diferencial máximo admisible  $\Delta\rho_{adm}$ . Debido a que resulta más simple trabajar con asentamientos totales en lugar de asentamientos diferenciales, se han establecido correlaciones empíricas entre el asentamiento diferencial máximo,  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ , y el asentamiento total máximo,  $\rho_{m\acute{a}x}$ . Dichas correlaciones han sido determinadas para apoyo en suelos arenosos y en arcillas, de manera que, entrando con el valor de  $\Delta\rho_{adm}$ , es posible obtener el asentamiento máximo admisible  $\rho_{adm}$  a utilizar en el diseño del sistema de fundación. Cuando resulta factible es aconsejable dimensionar las zapatas tratando que los valores de  $\rho_t$  calculados para cada una de ellas sean similares (dimensionamiento compensado), lo cual tiende a reducir los asentamientos diferenciales. Sin perjuicio de lo anterior el dimensionamiento debe efectuarse de modo que se cumpla la condición  $\rho_t \leq \rho_{adm}$ .

Por su simplicidad la metodología anterior es la que comúnmente se emplea en la práctica de la ingeniería. Sin embargo, ella lleva involucrada varias fuentes de error que dicen relación con la fijación del  $(\Delta\rho/l)_{adm}$  a usar en el diseño, la determinación de  $\rho_t$  y la dispersión presente en las correlaciones empíricas  $(\Delta\rho/l)_{m\acute{a}x}$  vs  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$  y  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$  vs  $\rho_{m\acute{a}x}$ . Sobre la primera de ellas no nos pronunciaremos en el presente trabajo salvo decir que en su fijación priman criterios subjetivos. En relación al cálculo de  $\rho_t$  éste requiere de las solicitaciones verticales que actúan sobre las zapatas y de un modelo que incluya las características de deformabilidad del suelo de apoyo. Si bien este modelo puede ser causa de errores importantes en la determinación de  $\rho_t$ , en el presente análisis solo se hará referencia al cálculo de las solicitaciones sobre las zapatas, el que comúnmente se efectúa suponiendo la estructura sobre apoyo rígido (*zapatas desconectadas*). Con el fin de ilustrar el orden de magnitud de los errores cometidos con la suposición anterior, en la Tabla III se comparan los valores de  $\rho_t$  obtenidos con las solicitaciones para apoyo rígido con los obtenidos considerando la interacción suelo estructura. Para este último caso se contemplan situaciones de construcción instantánea, secuencia constructiva y secuencia constructiva + *creep* + envejeci-

miento del hormigón. Debido a que los asentamientos en las zapatas varían con el tiempo cuando se toma en cuenta el *creep* de la estructura, se adoptaron los valores al cabo de 5 años. Ello en atención a que para ese lapso los asentamientos se encuentran prácticamente estabilizados.

Los resultados expuestos en la Tabla III indican que a medida que la modelación incorpora una mayor cantidad de elementos y, por lo tanto se torna más sofisticada, los asentamientos en las zapatas tienden a los valores calculados con la modelación de *zapatas desconectadas*. Así por ejemplo, para construcción instantánea los porcentajes máximos de variación referidos a la modelación de *zapatas desconectadas* son del orden de 20%, 35% y 50% según se trate de apoyo sobre grava, arena o arcilla, respectivamente. Para secuencia constructiva los porcentajes anteriores se reducen a valores del orden de 10%, 25% y 45% para terminar con valores del orden de 1%, 10% y 30% cuando se incorpora el *creep* y el envejecimiento del hormigón. Finalmente es interesante notar que estos porcentajes tienden a disminuir a medida que aumenta el número de pisos de la estructura.

TABLA III  
RAZON ENTRE ASENTAMIENTOS TOTALES

N° de pisos	Suelo tipo	Razón r <sub>1</sub>			Razón r <sub>2</sub>			Razón r <sub>3</sub>			
		zV	zB	zC	zV	zB	zC	zV	zB	zC	
2	Grava	1.22	0.96	0.89	1.13	0.97	0.93	1.02	1.0	0.99	
	Arena	1.39	0.96	0.76	1.30	0.97	0.81	1.11	1.0	0.92	
	Arcilla	1.61	0.93	0.65	1.55	0.93	0.68	1.42	0.96	0.78	
4	Grava	1.19	0.97	0.88	1.10	0.98	0.95	1.01	1.0	0.99	
	Arena	1.35	0.96	0.75	1.26	0.97	0.82	1.10	0.99	0.92	
	Arcilla	1.49	0.95	0.65	1.44	0.95	0.69	1.32	0.97	0.78	
7	Grava	1.18	0.97	0.86	1.09	0.98	0.94	Casos no procesados			
	Arena	1.30	0.96	0.76	1.22	0.97	0.83				
	Arcilla	1.39	0.96	0.68	1.35	0.96	0.71				
		$r_1 = \frac{\text{Asentamiento construcción instantánea}}{\text{Asentamiento zapatas desconectadas}}$					$r_2 = \frac{\text{Asentamiento secuencia constructiva}}{\text{Asentamiento zapatas desconectadas}}$				
		$r_3 = \frac{\text{Asentamiento secuencia constructiva} + \text{creep} + \text{envejecimiento hormigón}}{\text{Asentamiento zapatas desconectadas}}$									

En lo que respecta a la correlación empírica  $(\Delta\rho/l)_{m\acute{a}x}$  vs  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$  es difícil compararla con los resultados obtenidos para la estructura analizada, debido fundamentalmente a su reducido número de zapatas. Sin embargo es posible establecer algunos comentarios relativos a la correlación empírica  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$  vs  $\rho_{m\acute{a}x}$ . En las Figs. 12 a 14 se ilustra la relación entre  $\rho_{m\acute{a}x}$  y  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$  calculada para estruc-

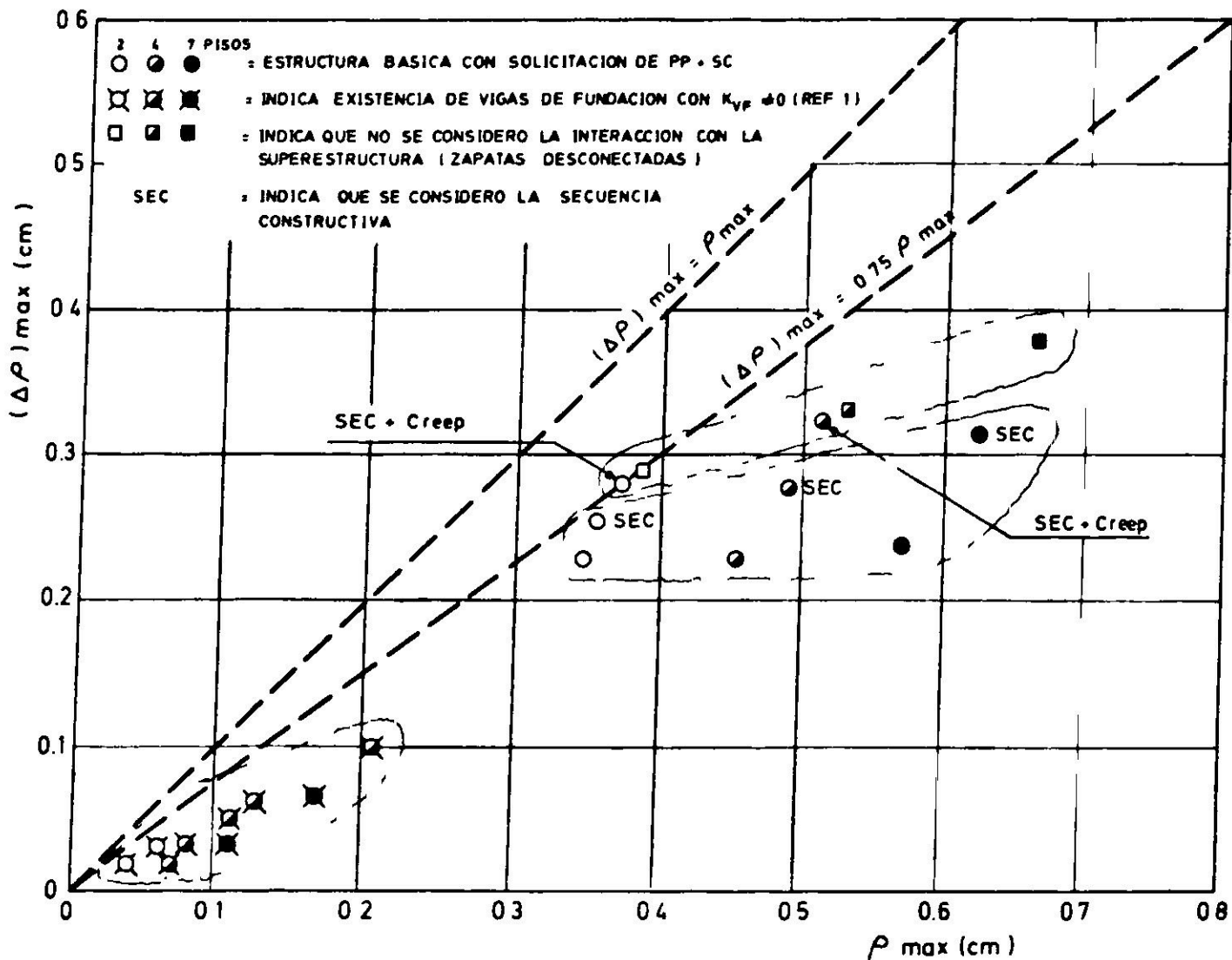


Fig. 12. Relación entre los asentamientos diferenciales máximos y los totales máximos para estructuras apoyadas en grava.

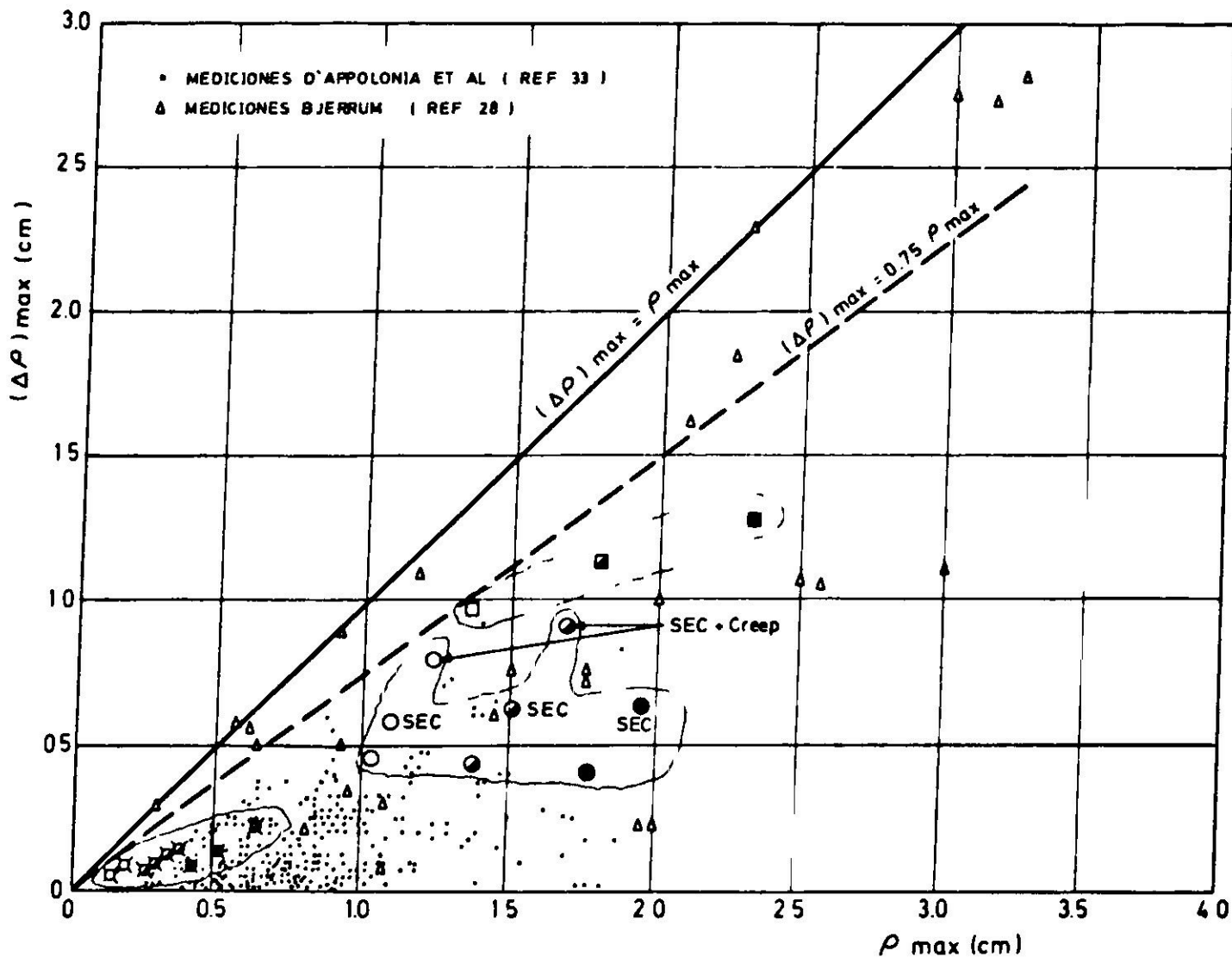


Fig. 13. Relación entre los asentamientos diferenciales máximos y los totales máximos para estructuras apoyadas en arena.

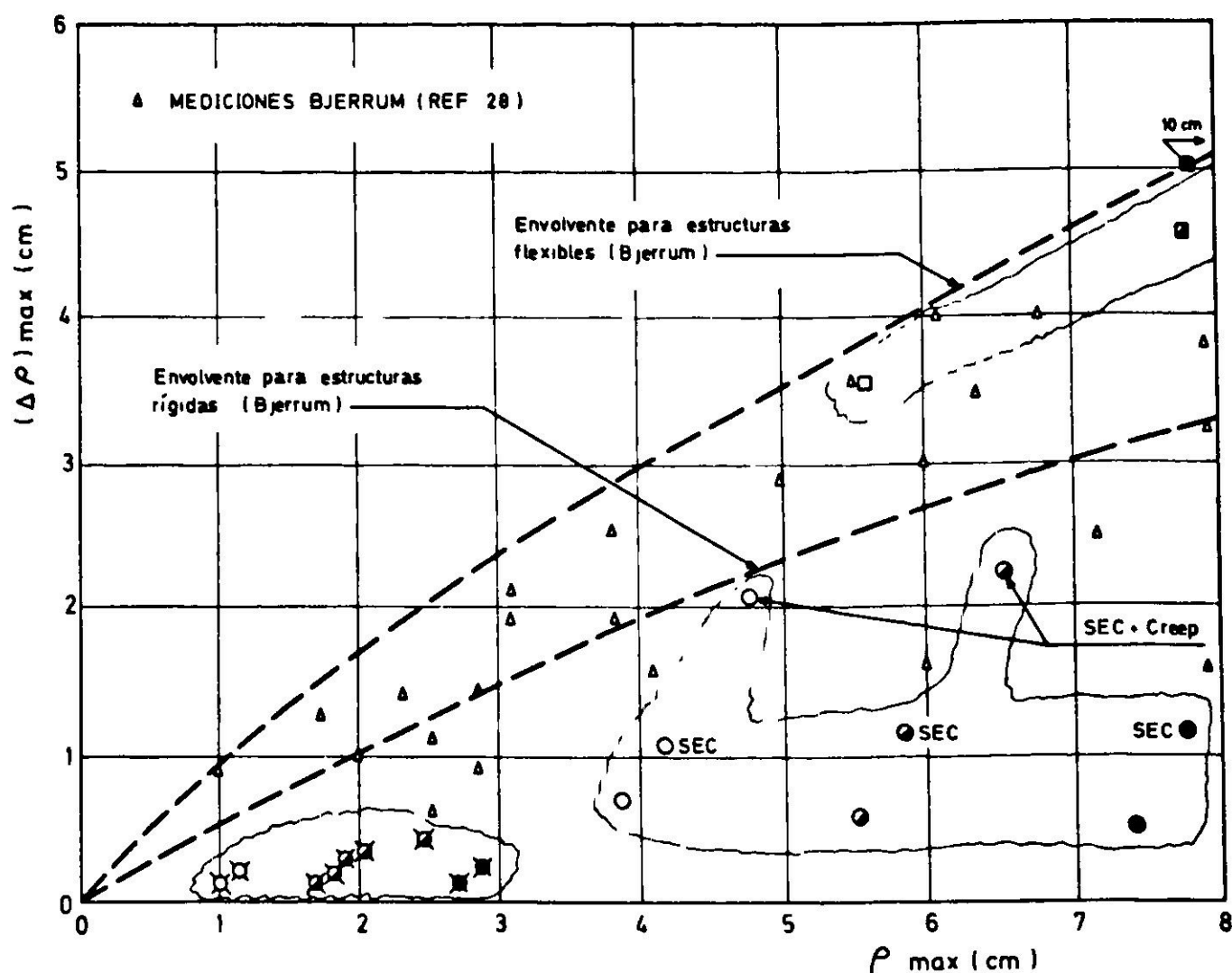


Fig. 14. Relación entre los asentamientos diferenciales máximos y los totales máximos para estructuras apoyadas en arcilla.

turas de 2, 4 y 7 pisos con y sin vigas de fundación, apoyadas sobre suelos tipo grava, arena y arcilla y solicitadas por peso propio más sobrecarga. A modo de comparación se incluyen resultados obtenidos con mediciones de asentamiento en edificios apoyados sobre arcilla<sup>28</sup> y arena<sup>28, 33</sup>, detectándose una concordancia relativamente adecuada con los valores calculados. Esta concordancia hay que juzgarla en términos cualitativos ya que el análisis de la estructura considerada en este estudio no contempla variables tales como erraticidad en el suelo de apoyo, fisuración del hormigón, comportamiento carga deformación del suelo no lineal y diferido en el tiempo (importante en arcillas saturadas), variables que están presentes con grados de intensidad variables en las estructuras reales. Por otra parte, las geometrías y rigideces de estas últimas no son necesariamente iguales a las de la estructura analizada. No obstante las limitaciones anteriores, es posible establecer tendencias que se traducen en las conclusiones siguientes:

a) A medida que el modelo utilizado en el análisis se torna más sofisticado, la relación  $\Delta \rho_{max}$  vs  $\rho_{max}$  tiende a la obtenida con la modelación de zapatas desconectadas.

b) La dispersión obtenida en las mediciones de asentamientos es explicable si se tiene en cuenta la gran cantidad de parámetros que influyen en el valor de dichos asentamientos (secuencia constructiva, *creep*, número de pisos, incorporación de vigas de fundación, etc). La mayor o menor intensidad con que dichos parámetros se presenten en una estructura en particular hace que los resultados

varíen aleatoriamente. Esto cobra aun mayor validez si se tiene en cuenta las erraticidades en las características de deformabilidad del suelo de apoyo.

c) Dado el carácter aleatorio de los resultados, la correlación  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$  vs  $\rho_{m\acute{a}x}$  empleada en el diseño corresponde a la envolvente de los resultados empíricos con lo cual el valor de  $\rho_{adm}$  puede, en algunos casos, resultar conservador. Tentativamente se sugiere el empleo de valores límites para la razón  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}/\rho_{m\acute{a}x}$  iguales a 0.75 para apoyo sobre grava o arena y 0.50 para apoyo sobre arcilla.

Del análisis anterior se desprende que, si bien los métodos empíricos son de simple aplicación en la ingeniería práctica, es necesario tomar conciencia de que ellos constituyen una aproximación un tanto burda para la solución del problema. A nuestro juicio la única forma de obtener resultados que se ajusten a las condiciones de cada estructura en particular lo constituyen los métodos analíticos. Para tal efecto dichos métodos deberían orientarse al análisis sistemático de cada una de las variables en juego a través de *estructuras simples*. Una vez completada esta primera etapa se podría contar con elementos de juicio, ya sea para establecer recomendaciones de diseño, ya sea para implementar dichos métodos a la solución de estructuras reales, al diseño óptimo de ellas o a la interpretación más rigurosa de mediciones de asentamientos.

## CONCLUSIONES

A la luz de los resultados obtenidos para una estructura aportada de hormigón armado con geometría muy simple, sobre la cual actúan solicitaciones de peso propio más sobrecarga y en la que se han ignorado efectos tales como el comportamiento no lineal carga-deformación de los materiales, la deformabilidad diferida en el tiempo para suelos tipo arcilla y la erraticidad del suelo, es posible sin embargo establecer las siguientes conclusiones preliminares:

### Momentos flectores en las vigas

La magnitud de los momentos aportados por los asentamientos diferenciales en los nudos extremos de las vigas aumenta a medida que el suelo se torna más compresible.

El hecho de ignorar la secuencia constructiva se traduce en una subestimación de los momentos aportados por los asentamientos diferenciales en las vigas de los pisos inferiores y en una sobrestimación de dichos momentos en los pisos superiores.

En la medida que el análisis de la estructura incorpora el efecto de la secuencia constructiva, el *creep* y el envejecimiento del hormigón, los momentos flectores resultantes tienden a retornar hacia los valores obtenidos con apoyo rígido. Para suelos tipo grava el retorno es casi total.

El *creep* del hormigón juega un papel importante en el retorno al momento con apoyo rígido, el cual es más significativo en los primeros cinco años de la vida útil de la estructura; pasado ese período su efecto se amortigua notoriamente.

Los momentos flectores en el punto central de las vigas virtualmente no se ven afectados por los desplazamientos de las fundaciones.

Las tendencias descritas para los momentos flectores en las vigas pueden hacerse extensivas a los pilares de la estructura.

### Asentamientos

La razón entre el asentamiento calculado con la modelación de *zapatas desconectadas* y el calculado con modelaciones que incluyan la interacción suelo-estructura varía de una zapata a otra. Esta razón tiende a la unidad a medida que aumenta la rigidez del suelo y en la medida que las modelaciones que consideran la interacción suelo-estructura incorporen la secuencia constructiva, el *creep* y el envejecimiento del hormigón. Desde el punto de vista práctico los resultados obtenidos indican que la modelación de *zapatas desconectadas* da una aproximación suficiente en el cálculo de los asentamientos en tanto que el suelo de apoyo sea del tipo grava o arena. Para apoyo en suelos más compresibles (por ej. arcillas) el error cometido con la modelación anterior puede alcanzar porcentajes máximos del orden de 30%.

El carácter aleatorio de los resultados obtenidos en mediciones de asentamientos es explicable si se tiene en cuenta la gran cantidad de parámetros que influyen en el valor de dichos asentamientos (secuencia constructiva, *creep*, número de pisos de la estructura, incorporación de vigas de fundación, erraticidad en las características de deformabilidad del suelo de apoyo, etc.). Por tal motivo, la correlación  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$  vs  $\rho_{m\acute{a}x}$  empleada por los métodos de diseño basados en el criterio de asentamiento máximo admisible, corresponde a la envolvente de los resultados obtenidos en dichas mediciones. Ello trae como consecuencia diseños que en algunos casos pueden resultar francamente conservadores. Tentativamente se sugiere el empleo de valores límites para la razón  $\Delta\rho_{m\acute{a}x}/\rho_{m\acute{a}x}$  iguales a 0.75 para apoyo sobre grava o arena y 0.50 para apoyo sobre arcilla.

A nuestro juicio la única forma de obtener resultados que se ajusten a las condiciones de cada estructura en particular lo constituyen los métodos analíticos. Para lograr ese objetivo dichos métodos deberían orientarse al análisis sistemático de cada una de las variables en juego a través de estructuras simples. Una vez completada esta primera etapa se podría contar con elementos de juicio ya sea para establecer recomendaciones de diseño, ya sea para implementar dichos métodos a la solución de estructuras reales, al diseño óptimo de ellas o a la interpretación más rigurosa de mediciones de asentamientos.

### REFERENCIAS

1. FERNANDEZ, A; ORTIGOSA, P., y GUENDELMAN, T. Influencia de asentamientos diferenciales en un marco espacial: Parte I. *Revista del IDIEM*, vol. 13, n° 3, (diciembre 1974).
2. BINDER, R. y ORTIGOSA, P. Influencia de asentamientos diferenciales en un marco

- espacial: Parte II. *Revista del IDIEM*, vol. 14, n° 1, (mayo 1975).
3. BINDER, R. Asentamientos diferenciales en edificios con consideraciones especiales sobre la estructura y el suelo de apoyo. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil y al grado de Magister en Mecánica de Suelos, Universidad de Chile, 1975.
  4. Comité Europeo del Hormigón. *Recomendaciones internacionales para el cálculo y la ejecución de obras de hormigón. 1ª parte cálculos. Recomendaciones*; diciembre 1969.
  5. ACI-Committee 209/II, Prediction of creep, shrinkage and temperature effects in concrete structures, en *Designing for effects of creep, shrinkage and temperature, ACI SP-27*, 1971.
  6. ACI-Committee 318-63, *Building Code Requirements for Reinforced Buildings*, (junio 1963).
  7. FREUDENTHAL, A. M. y ROLL, F. Creep and recovery of concrete under high compressive stress, *ACI-Journal*, (junio 1958).
  8. ALI, I. y KESLER, C. E. Mechanism of creep in concrete en *Symposium on creep of concrete ACI-SP-9*, 1964.
  9. Comité Europeo del Hormigón, Structural effects of time dependent behaviour of concrete, *Bulletin d'Information* n° 80, (febrero 1973).
  10. ACI-Committee 209/I, Effects of concrete constituents, environment and stress on the creep and shrinkage of concrete, en *Designing for effects of creep, shrinkage and temperature, ACI-SP-27*, 1971.
  11. NEVILLE, A. M. *Creep of concrete: plain, reinforced and prestressed*, North-Holland Pu. Co., Amsterdam, 1970.
  12. GLANVILLE, W. A. The creep or flow of concrete under load. *Building Research Technical Paper* n° 12, 1930.
  13. DISCHINGER, F. Elastische und plastische Verformungen der Eisenbetontragwerke und insbesondere der Bogenbrücken, *Der Bauingenieur* 5/1939.
  14. AROUTIOUNIAN, N. Kh. *Applications de la théorie du fluage*, Ed. Eyrolles, Paris 1957.
  15. DISCHINGER, F. Untersuchung über die Knicksicherheit, die elastische Verformung und das Kriechen des Beton bei Bogenbrücken, *Der Bauingenieur* 33-34/1937.
  16. TROST, H. Auswirkungen des Superpositionsprinzip auf Kriech-und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton *Beton-und Stahlbetonbau* 10/1967.
  17. GHALI, A; NEVILLE, A. M. y JHA, P. C. Effect of elastic and creep recoveries of concrete on loss of prestress, *ACI-Journal, Proc.* 64, (diciembre 1969).
  18. BRESLER, B. y SELNA, L. Analysis of time-dependent behavior of reinforced concrete structures, en *Symposium on Creep of Concrete, ACI-SP-9*, 1964.
  19. TROST, H. y MAINZ, B. Zur Auswirkung von Zwängungen in Spannbetontragwerken, *Beton-und Stahlbetonbau* 8/1970.
  20. BAZANT, Z. Analysis of shrinkage and creep of composite beams on redundant supports, en *Designing for effects of creep, shrinkage and temperature, ACI-SP-27*, 1971.
  21. ROSS, A. D. Creep of concrete under variable stress, *ACI-Journal Proc.* 54, vol. 29, (marzo 1958).
  22. ROSS, A. D. Experiments on the creep of concrete under two-dimensional stressing, *Magazine of Concrete Research*, London, vol. 6, n° 16, (junio 1954).
  23. HANNANT, D. J. Creep and creep recovery of concrete subjected to multiaxial compressive stress, *ACI-Journal, Proc.* vol. 66, n° 5, (mayo 1969).
  24. L'HERMITE R., Les deformations du beton, *Cahiers de la recherche théorique et expérimentale sur les matériaux et les structures*, Paris, 1961.
  25. MEYER, H. G. On the influence of water content and of drying conditions on lateral creep of plain concrete, *Materials and structures*, n° 8 (marzo - abril 1969).
  26. DILGER, W. y NEVILLE, A. M. Method of creep analysis of structural members, en *Designing for effects of creep, shrinkage and temperature, ACI-SP-27*, 1971.

27. TROST, H. y MAINZ, B. Zweckmässige Ermittlung der Durchbiegungen von Stahlbetonträgern, *Beton - und stahlbetonbau* 6/1969.
28. BJERRUM, L. Discussion to *European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Wiesbaden, vol. II, 1963.
29. GRANT, R.; CHRISTIAN, J. T., y VANMARCKE, E. H. Differential settlement of buildings, *Journal of the Geotechnical Engineering Division ASCE*, (septiembre 1974).
30. POLSHIN, D. E. y TOKAR, R. A. Maximun allowable non-uniform settlement of structures. *Proceeding of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, London, vol. 3, 1957.
31. SKEMPTON, A. W. y MAC DONALD, D. N. The allowable settlement of buildings. *Proceedings of the Institute of Civil Engineer*, London, vol. 5, Part III, 1956.
32. TERZAGHI, K. y PECK, R. B. *Soil mechanics in engineering practice*. Ed. Wiley and Sons.
33. D'APPOLONIA, D. J.; D'APPOLONIA, E., y BRISETTE, R. F. Settlement of spread footings on sand. *Journal of the Soil Mechanics Division ASCE*, (mayo 1968).

#### INFLUENCE OF DIFFERENTIAL SETTLEMENTS ON A SPATIAL FRAME: PART III

##### SUMMARY

*Bending moments induced by footing displacements on a reinforced concrete spatial frame are computed. Gravel, sand and clay soils are considered as foundation materials which are assumed to be elastic, homogeneous and isotropic; the influence of the number of stories, construction sequence and both creep and aging of the concrete are analysed. Results are compared with those obtained by field measurements through a maximun differential settlement,  $\Delta\rho_{max}$ , vs maximun settlement,  $\rho_{max}$ , plot.*



ANEXO

En el presente estudio se empleó la función de *creep* propuesta en 1973 por el Comité Europeo del Hormigón<sup>9</sup>:

$$f(t, t_i) = \underbrace{\frac{1}{E_b(t_i)}}_{\text{deformación elástica}} + \frac{1}{E_{28}} \left\{ \underbrace{\varphi_v K_v (t - t_i)}_{\text{elasticidad diferida}} + \underbrace{\varphi_f [k_f(t) - k_f(t_i)]}_{\text{flujo}} \right\} \quad t \geq t_i$$

$\varphi_v$  = 0.4 valor final de la elasticidad diferida.

$K_v(t-t_i)$  = Función que depende del tiempo de carga ( $t-t_i$ ) que se ilustra en la Fig. A - 1

$\varphi_f$  = Valor final del coeficiente de flujo (flujo básico) dado en la Tabla A - I.

$k_f(t)$  = Función que depende de la humedad del medio ambiente, de la geometría del elemento representada por su espesor teórico y del tiempo teórico Fig. A - 2.

$E_{28}$  = Módulo de elasticidad del hormigón a los 28 días.

$E_b(t_i)$  = Módulo de elasticidad del hormigón en el momento de aplicar la carga.

$t_i$  = Edad del hormigón en el momento de aplicar la carga.

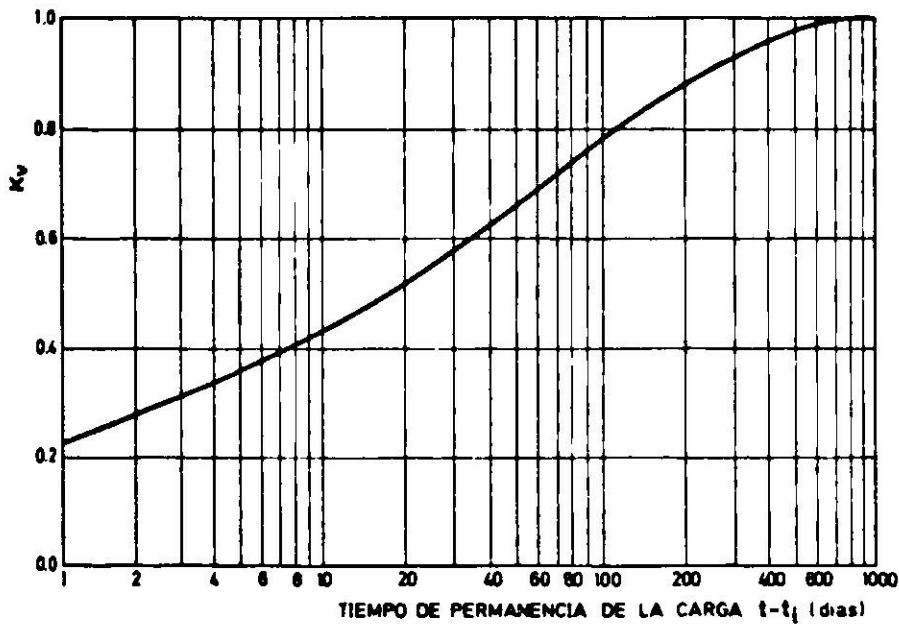


Fig. A-1. Coeficiente de elasticidad diferida  $K_v$ .

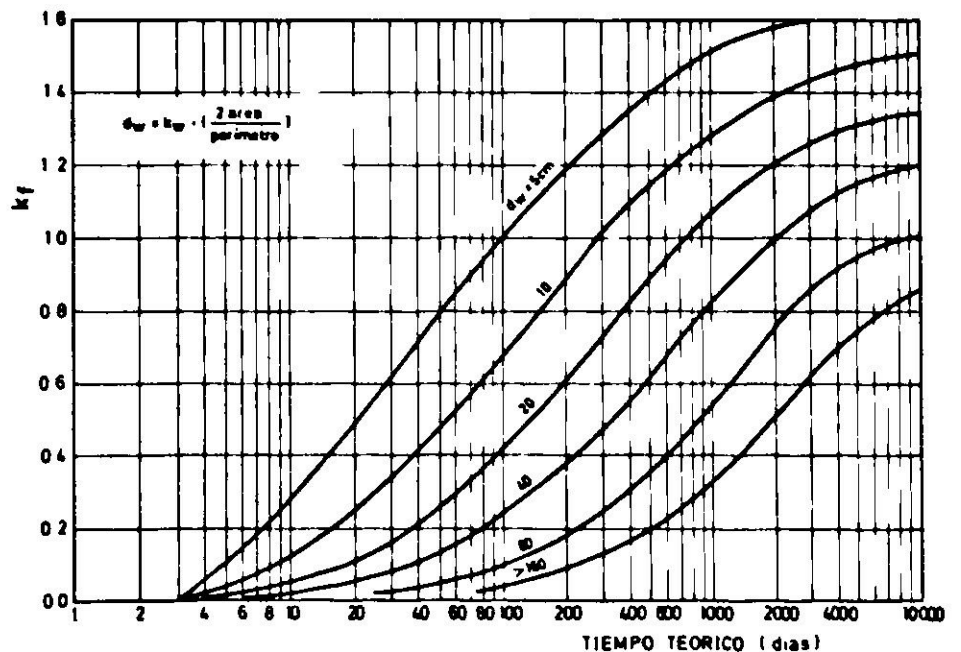


Fig. A-2. Coeficiente de flujo  $k_f$  para distintos valores del espesor teórico  $d_w$ .

TABLA A - I  
COEFICIENTES DEL CREEP SEGUN LA HUMEDAD  
DEL MEDIO AMBIENTE

Ubicación del elemento de hormigón durante el fraguado	Humedad relativa %	$k_w$	$\varphi_f$
En agua .		30	0.8
En atmósfera muy húmeda . inmediatamente sobre agua .	90	5.0	1.3
En exteriores en condiciones normales .	70	1.5	2.0
En atmósfera seca, p. ej. interiores secos .	40	1.0	3.0

Para el cálculo del espesor teórico  $d_w$  del elemento se utiliza la ecuación siguiente:

$$d_w = k_w \frac{2A}{P}$$

en que  $d_w$  = espesor teórico;  $k_w$  = coeficiente que depende de la humedad del medio ambiente (Tabla A - 1);  $A$  = área de la sección transversal del elemento;  $P$  = perímetro de la sección transversal expuesto a la atmósfera.

En cementos con endurecimiento normal y para temperaturas del medio ambiente próximas a 20°C el tiempo teórico es igual al tiempo real. En los demás casos, el tiempo teórico debe calcularse con la siguiente relación:

$$t = k_z \sum \frac{T^o + 10}{30} \Delta t$$

en que  $t$  = tiempo teórico (cuando se trata de  $t_i$  corresponde a la edad teórica);  $\Delta t$  = período de tiempo con temperatura promedio  $T^o$ ;  $k_z$  = coeficiente que depende de la velocidad de endurecimiento del cemento (para cemento de endurecimiento normal  $k_z = 1$  y para aquellos con endurecimiento rápido  $k_z = 2$  a 3).

El tiempo teórico es una medida del grado de hidratación alcanzado por el hormigón, que es determinante en el proceso del *creep*.

Es importante hacer notar que esta formulación de la función de *creep* da valores finitos para tiempos de carga infinitamente largos. En efecto, si en la ecuación general se introduce  $t = \infty$  se tiene:

$$f(t = \infty, t_i) = \frac{1}{E_b(t_i)} + \frac{1}{E_{28}} \left\{ 0.4 + \varphi_f [k_f(t = \infty) - k_f(t_i)] \right\}$$

expresión en la cual todos los factores tienen valores finitos.