

INFLUENCIA DE ASENTAMIENTOS DIFERENCIALES EN UN MARCO ESPACIAL: PARTE II

Ricardo BINDER K.*
Pedro ORTIGOSA de P.**

RESUMEN

Se determinan los momentos flectores inducidos por desplazamientos de las fundaciones en un marco espacial construido en forma instantánea y apoyado sobre zapatas aisladas. Las sollicitaciones consideradas corresponden a peso propio más sobrecarga vertical y el suelo de apoyo a una arcilla con características de deformación unidimensionales definidas por la clásica curva $e - \log \bar{\sigma}_v$. Se analiza la influencia del número de pisos del marco, el efecto de la preconsolidación de la arcilla, la interacción entre zapatas a través del suelo y el efecto de erraticidades locales en las características de deformación del suelo de apoyo. La metodología expuesta puede aplicarse a otros tipos de suelo en tanto que sus características de deformación unidimensionales se definan a través de la curva $e - \log \bar{\sigma}_v$.

INTRODUCCION

En ingeniería de fundaciones es ampliamente reconocida la importancia que tienen los asentamientos en el diseño y dimensionamiento de un sistema de zapatas para una estructura con características de rigidez y funcionalidad determinadas.

Este trabajo corresponde a una continuación del barrido de variables presentes en el problema, que fuera iniciado por Fernández, Ortigosa y Guendelman¹.

*Estudiante graduado del Magister en Mecánica de Suelos, IDIEM.

**Ingeniero Investigador del IDIEM. Profesor de Mecánica de Suelos y Fundaciones, Universidad de Chile.

Dicho barrido consiste en el análisis mediante computador de la influencia de cada una de las variables en el comportamiento de un marco espacial de hormigón armado apoyado sobre zapatas cuadradas, Fig. 1. Con ello se pretende establecer elementos de juicio suficientes, ya sea para formular recomendaciones generales de diseño, ya sea para implementar programas de computación a la solución de estructuras reales, al diseño óptimo de ellas y a la interpretación más rigurosa de mediciones de asentamientos.

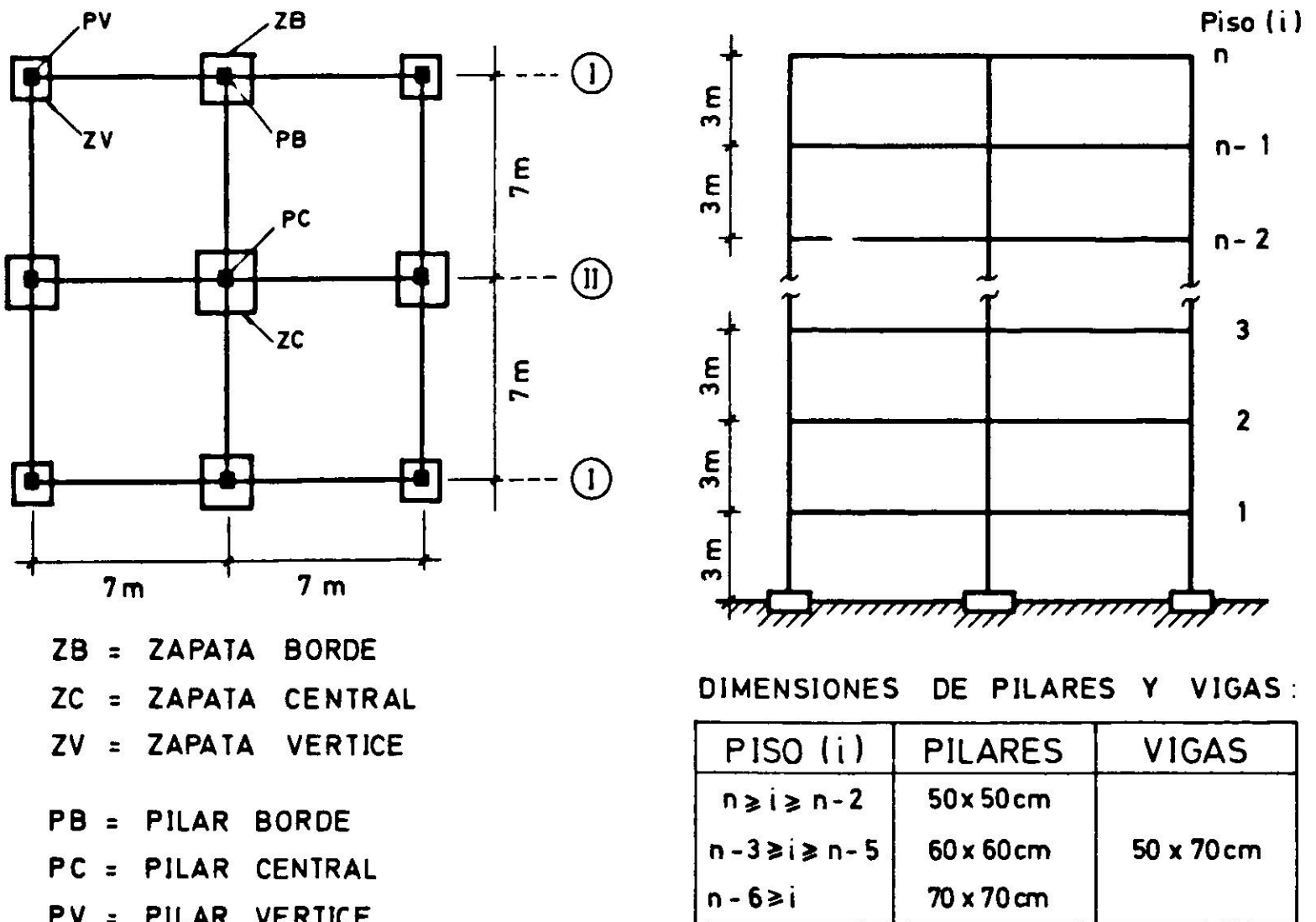


Fig. 1. Geometría de la estructura básica analizada.

En el análisis del marco espacial de la Fig. 1, Fernández, Ortigosa y Guendelman consideraron las siguientes variables:

Número de pisos comprendido entre 2 y 7.

Suelos de apoyo tipo grava, arena y arcilla modelados como medios homogéneos, isótropos y elásticos.

Vigas de fundación con diferentes rigideces apoyadas sobre un medio *winkleriano*.

Solicitación vertical de peso propio más sobrecarga igual a 800 kgf/m², uniformemente repartida en las losas de cada piso, y solicitación sísmica horizontal con distribución triangular calculada con un coeficiente igual al 10% de la aceleración de gravedad.

Además establecieron una serie de consideraciones simplificadoras propias de un análisis sistemático de variables:

Al hormigón armado del marco se le asocia un comportamiento lineal carga

deformación con un módulo de elasticidad de 300.000 kgf/cm^2 y uno de corte igual a 120.000 kgf/cm^2 .

Se ignora el efecto del *creep*, la contracción volumétrica y el envejecimiento del hormigón.

Los cruces entre vigas y pilares y entre éstos y las zapatas de fundación constituyen nudos rígidos; las losas se modelan con rigidez nula en el sentido vertical e infinita en su plano.

El marco se construye en forma instantánea.

Se ignora la interacción entre zapatas a través del suelo.

El suelo de apoyo no experimenta ningún tipo de compactación motivada por las sollicitaciones cíclicas del sismo.

Las zapatas las dimensionaron con las reacciones obtenidas para sollicitaciones de peso propio más sobrecarga y considerando apoyo en un medio infinitamente rígido (v.gr. *zapatas desconectadas*). En este dimensionamiento utilizaron fatigas de contacto admisibles de 1.5 kgf/cm^2 para la arcilla, 2.5 kgf/cm^2 para la arena y 5.0 kgf/cm^2 para la grava. Posteriormente, con las reacciones obtenidas teniendo en cuenta la interacción suelo-estructura, comprobaron, para la gran mayoría de los casos, que las fatigas de contacto resultaban iguales o inferiores a las fatigas admisibles y que no se producían tracciones en los sellos de fundación. Para sollicitaciones de peso propio, sobrecarga y sismo la comprobación anterior la efectuaron aumentando en 50% las fatigas admisibles recientemente estipuladas. Cabe señalar finalmente que en el dimensionamiento de las zapatas no implantaron la limitación de asentamiento máximo admisible ni tampoco contemplaron el dimensionamiento compensado de ellas tendiente a reducir los asentamientos diferenciales. En la Tabla I se presentan las dimensiones obtenidas para las zapatas en función del número de pisos y del tipo de suelo de apoyo.

TABLA I

DIMENSIONES DE ZAPATAS SEGUN EL TIPO DE SUELO DE APOYO¹

Nº de pisos	Suelo tipo	Dimensión zapata cuadrada (m)		
		Vértice	Borde	Central
2	Grava	1.15	1.05	1.30
	Arena	1.25	1.45	1.85
	Arcilla	1.50	1.80	2.40
4	Grava	1.15	1.40	1.80
	Arena	1.55	1.95	2.55
	Arcilla	1.95	2.50	3.30
7	Grava	1.45	1.80	2.30
	Arena	1.95	2.50	3.25
	Arcilla	2.45	3.20	4.20

Para los efectos del presente trabajo se utiliza la misma estructura y se establecen las mismas consideraciones simplificadoras formuladas por Fernández, Ortigosa y Guendelman. Las variables que ahora se analizan son las siguientes:

Suelo de apoyo tipo arcilla con características de deformación unidimensional definidas por la curva $e - \log \bar{\sigma}_v$, en la cual se consideran diferentes valores de la fatiga de preconsolidación.

Interacción entre zapatas a través del suelo.

Erraticidades locales en las características de deformación del suelo de apoyo.

La sollicitación considerada corresponde a un peso propio más sobrecarga vertical igual a 800 kgf/m^2 uniformemente repartida en las losas de cada piso, es decir, se excluye el sismo. Las dimensiones de las zapatas se mantienen iguales a las obtenidas para apoyo en suelo tipo arcilla (Tabla I).

MODELACION DEL SUELO DE APOYO

El suelo de apoyo elegido corresponde a una arcilla cuyo comportamiento fatiga-deformación se supone unidimensional. Con ello tanto los ensayos de laboratorio destinados a definir dicho comportamiento como el cálculo de los asentamientos bajo cada zapata, incluyendo la interacción entre ellas a través del suelo, se simplifican notoriamente. Si bien los resultados obtenidos con el método no son exactos, su grado de aproximación es suficiente por lo que el uso del método se ha popularizado en la práctica ingenieril. Para suelos del tipo granular, salvo que las dimensiones del área cargada sean muy grandes con respecto al estrato compresible, el cálculo de los asentamientos se prefiere efectuarlo aplicando fórmulas basadas en la teoría de la elasticidad o bien utilizando métodos semi-empíricos. No obstante, la metodología de cálculo basada en el supuesto de deformaciones uni-dimensionales también puede hacerse extensiva a dichos tipos de suelo en tanto que sus características de deformación se definan por la clásica curva $e - \log \bar{\sigma}_v$.

La Fig. 2 ilustra una curva típica fatiga-deformación unidimensional. La deformación queda representada por la variación de la razón de vacíos, e , en función de la fatiga efectiva vertical, $\bar{\sigma}_v$, aplicada sobre la muestra. Con el fin de simplificar los cálculos del asentamiento la curva se asimila a dos trazos rectos definidos por el índice de recompresión C_r , el índice de compresión virgen C_c , la razón de vacíos inicial e_o y la fatiga de preconsolidación $\bar{\sigma}_{vm}$. Así entonces el asentamiento bajo el centro de una zapata queda expresado como:

$$\rho = \sum_{i=1}^{i=n} \left(H_i \frac{C_{ri}}{1 + e_{oi}} \log_{10} \frac{\bar{\sigma}_{vmi}}{\bar{\sigma}_{voi}} \right) + \sum_{i=1}^{i=n} \left(H_i \frac{C_{ci}}{1 + e_{oi}} \log_{10} \frac{\bar{\sigma}_{voi} + \Delta \bar{\sigma}_{vi}}{\bar{\sigma}_{vmi}} \right) \quad (1)$$

en que ρ es el asentamiento en el centro de la zapata; $\bar{\sigma}_{voi}$, la fatiga efectiva verti-

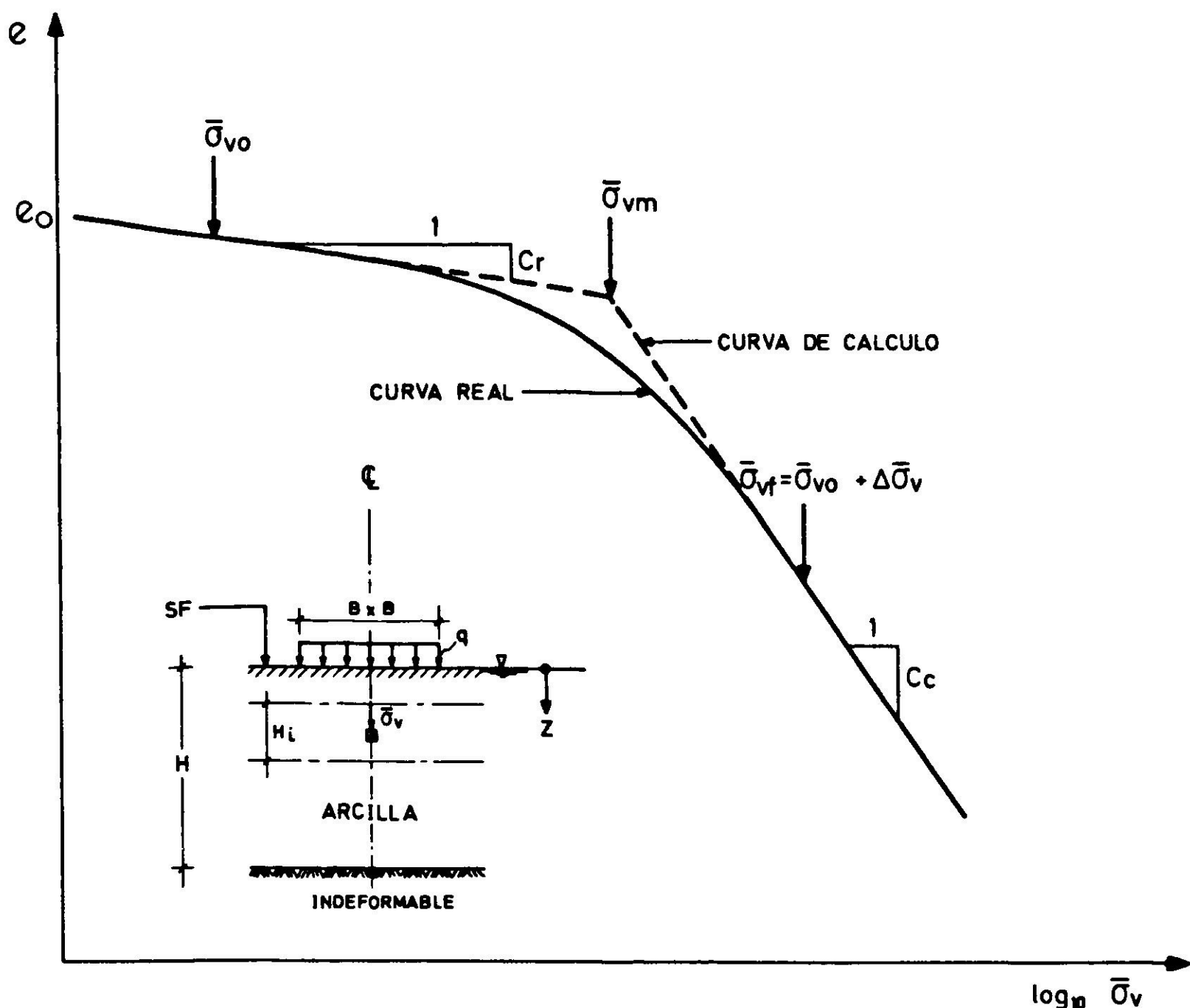


Fig. 2. Curva típica de deformación unidimensional de una arcilla.

cal inicial en el centro del subestrato i y en la vertical que pasa por el centro de la zapata; $\bar{\sigma}_{vmi}$, la fatiga efectiva vertical de preconsolidación en el centro del subestrato i y en la vertical que pasa por el centro de la zapata; $\Delta\bar{\sigma}_{vi}$, el incremento resultante de la fatiga efectiva vertical inducido por la zapata considerada y por el resto de las zapatas que configuran el sistema de fundación (interacción entre zapatas a través del suelo) en el centro del subestrato i y en la vertical que pasa por el centro de la zapata considerada; C_{ri} , el índice de recompresión representativo del subestrato i ; C_{ci} , el índice de compresión virgen representativo del subestrato i ; e_{0i} , la razón de vacíos inicial representativa del subestrato i ; H_i , el espesor del subestrato i ; n , el número de subestratos considerados en el cálculo.

El número de subestratos depende del grado de precisión que se desee obtener en el cálculo del asentamiento y de la variación estratigráfica del suelo en profundidad. En este último caso los límites de un subestrato separan suelos con características de deformabilidad diferentes. Cuando el espesor total del suelo compresible, H , es muy grande con respecto al ancho, B , de la zapata, los subestratos considerados en el cálculo cubren profundidades iguales a 2-3 veces el

ancho B , medidas a partir del sello de fundación. Finalmente cabe señalar que si $\bar{\sigma}_{v oi} + \Delta\bar{\sigma}_{vi} < \bar{\sigma}_{v mi}$, en el primer término de la relación (1) la fatiga $\bar{\sigma}_{v mi}$ se reemplaza por $\bar{\sigma}_{v oi} + \Delta\bar{\sigma}_{vi}$ y el segundo término se hace nulo.

En la Fig. 3 se presenta el modelo estratigráfico empleado, el cual corresponde a una arcilla de 6 m de espesor con napa superficial y que descansa sobre un medio supuesto incompresible (v.gr. mucho menos compresible que la arcilla). Los valores de $C_r/(1 + e_o)$, $C_c/(1 + e_o)$ y del peso unitario sumergido de la arcilla γ_b se extrajeron de un informe de Retamal y Ortigosa². Para los fines del análisis estos parámetros se consideraron constantes en planta y en profundidad con valores iguales a 0.018, 0.240 y 0.6 t/m³ respectivamente, aún cuando ello no fuera necesario para los efectos del programa de computación elaborado. Para analizar la influencia de erraticidades locales en las características de deformación de la arcilla se utilizaron las dispersiones del informe citado² con lo cual $C_r/(1 + e_o) = 0.018 \pm 0.004$ y $C_c/(1 + e_o) = 0.240 \pm 0.056$. La influencia de la fatiga de preconsolidación se analizó definiendo siete variaciones distintas de $\bar{\sigma}_{vm}$ en profundidad, una de las cuales corresponde a la situación de suelo normalmente consolidado, es decir, $\bar{\sigma}_{vo} = \bar{\sigma}_{vm}$, y aparece graficada en las curvas 1 a 7 de la Fig. 3.

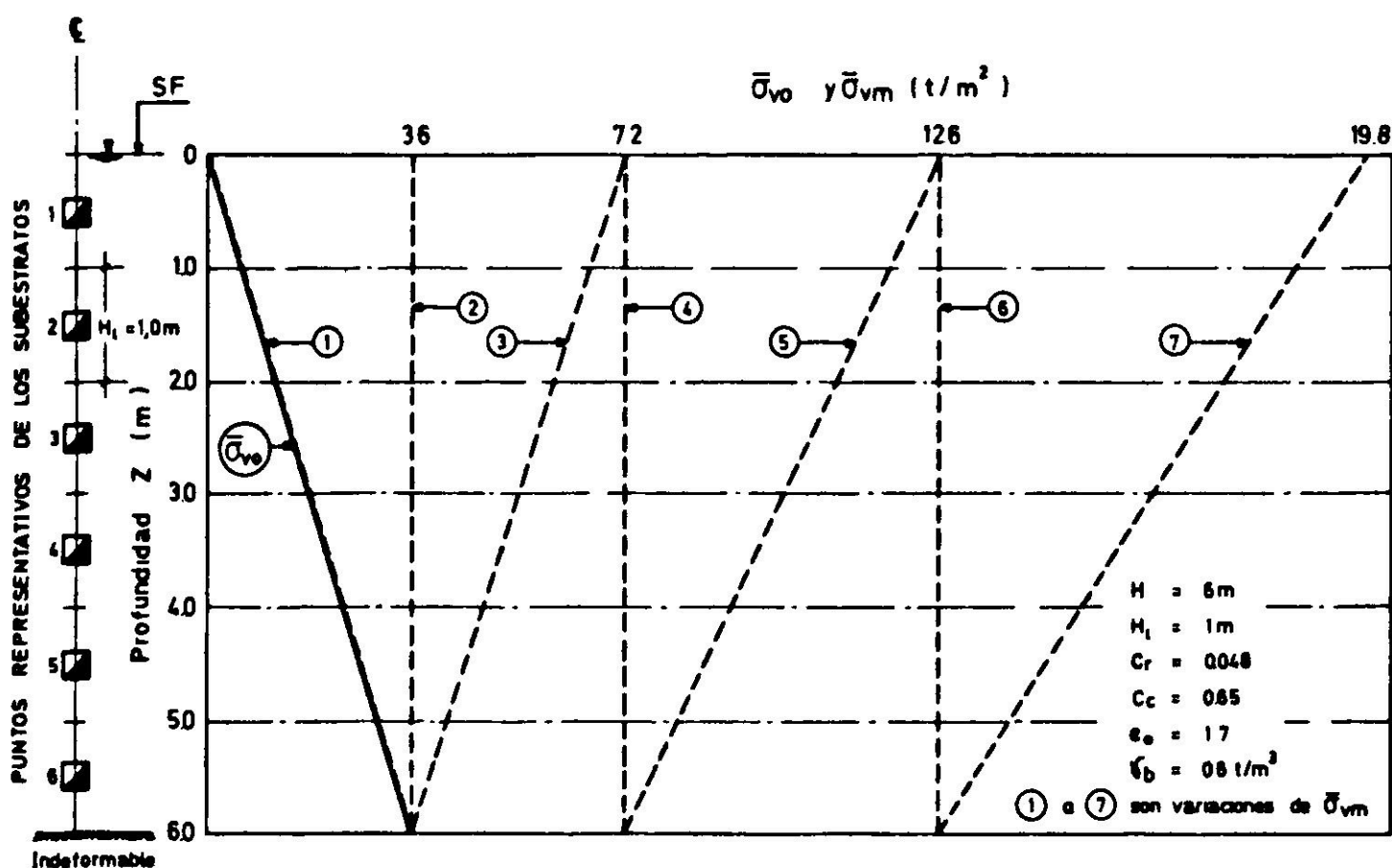


Fig. 3. Variaciones en profundidad de la fatiga de preconsolidación y propiedades de la arcilla consideradas en el análisis.

El sello de fundación de las zapatas se hizo coincidir con la superficie libre del estrato de arcilla con lo cual la expresión (1) no requiere de términos correctivos para tener en cuenta la descarga producida por la excavación. Si bien esto corresponde a una situación idealizada, las tendencias de los resultados que se obtienen no se ven afectadas significativamente por este hecho. Finalmente cabe señalar que los valores de ρ obtenidos con la expresión (1) corresponden a asenta-

mientos alcanzados al término del proceso de consolidación de la arcilla. Sin embargo, por haberse considerado una construcción instantánea y haberse ignorado los fenómenos de *creep* y envejecimiento del hormigón, basta trabajar con dichos asentamientos sin tener en cuenta su desarrollo en el tiempo.

El cálculo de los incrementos $\Delta\bar{\sigma}_{vi}$ se efectuó utilizando ecuaciones deducidas para medios semi-infinitos, homogéneos, isótropos y elásticos. Así, por ejemplo, para una carga puntual V aplicada sobre la superficie del medio se tiene³:

$$\Delta\bar{\sigma}_v = \frac{3V}{2\pi z^2} \left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2 \right]^{-5/2} \quad (2)$$

Por otra parte el incremento $\Delta\bar{\sigma}_v$ bajo el centro de un área rectangular cargada con una presión de contacto uniforme q está dado por³:

$$\Delta\bar{\sigma}_v = \frac{2q}{\pi} \left[\frac{abz(a^2 + b^2 + 2z^2)}{(a^2 + z^2)(b^2 + z^2)\sqrt{a^2 + b^2 + z^2}} + \text{arc sen} \frac{ab}{\sqrt{a^2 + z^2}\sqrt{b^2 + z^2}} \right] \quad (3)$$

El significado de los diferentes términos que intervienen en las ecuaciones anteriores se ilustra en la Fig. 4.

El incremento resultante de la fatiga vertical inducida en un sustrato i y en la vertical que pasa por el centro de una zapata k cualquiera se determinó como:

$$\Delta\bar{\sigma}_{vi} = \sum_{j=1}^{j=N} \Delta\bar{\sigma}_{vi,j} \quad (4)$$

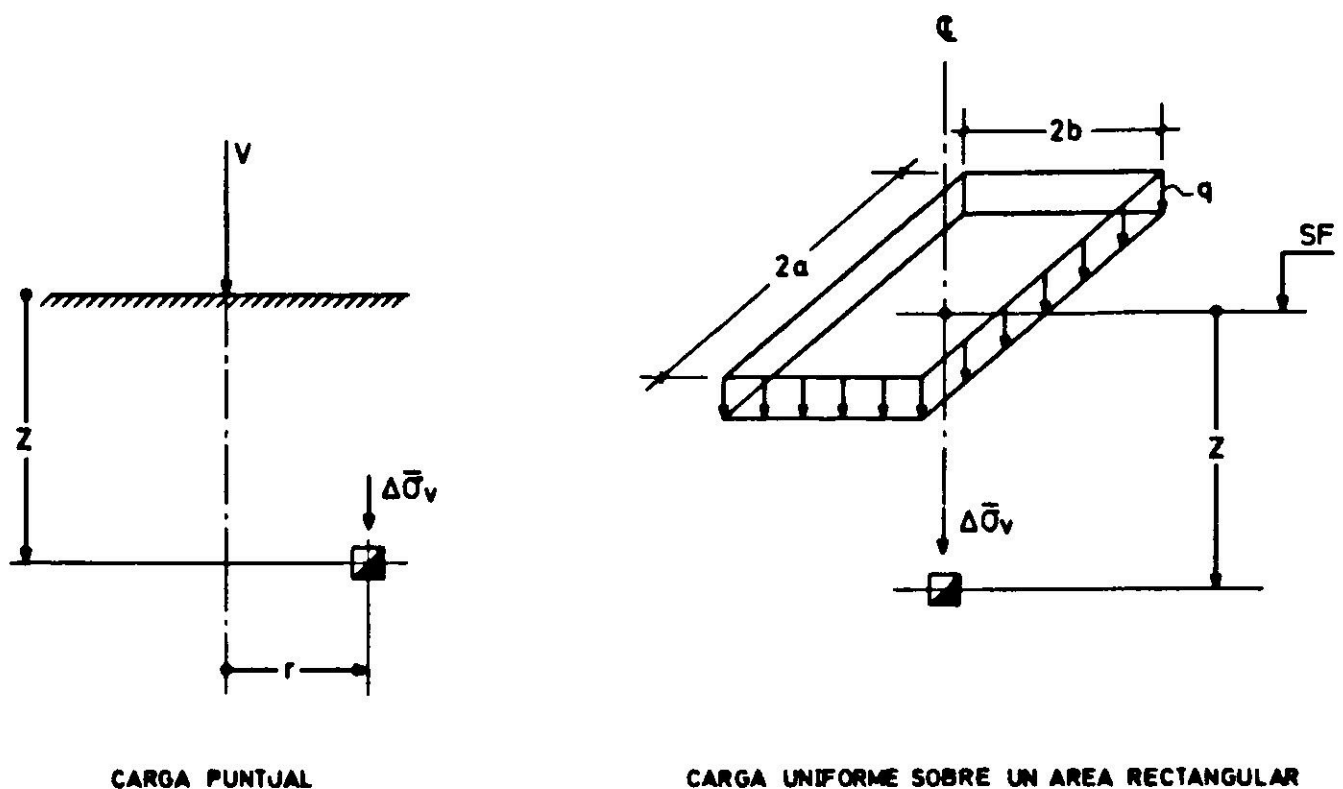


Fig. 4. Definición de términos utilizados en las ecuaciones (2) y (3).

en que j = subíndice que individualiza a la zapata j y N = número de zapatas que componen el sistema de fundación. En esta relación cuando $j = k$ el $\Delta\bar{\sigma}_{\nu i, j}$ se determinó a través de la ecuación (3) con $q = q_k$ y $2a = 2b = B_k$; y cuando $j \neq k$, a través de la ecuación (2) con $V_j = q_j B_j^2$ (q_j corresponde a la fatiga de contacto promedio en la zapata j y B_j a la dimensión de dicha zapata). Una vez determinados los incrementos de fatiga resultantes en cada substrato y en la vertical que pasa por el centro de cada una de las zapatas se procedió a calcular los asentamientos experimentados por ellas mediante la ecuación (1).

La utilización de las ecuaciones (2) y (3) y la metodología empleada para obtener el incremento $\Delta\bar{\sigma}_{\nu i}$ resultante merecen los comentarios siguientes:

1. El estrato de arcilla no es semi-infinito, ya que se consideró la existencia de una base incompresible a 6 m de profundidad. Sin embargo, debido a que la razón entre el espesor de dicho estrato H y la dimensión de la zapata promedio es superior a 2.0, el error promedio que se comete en el cálculo de $\Delta\bar{\sigma}_{\nu i}$ al considerar medio semi-infinito es inferior⁴ a 2% para $z \leq 0.5 H$ e inferior al 20% para $z > 0.5 H$. Si bien este último porcentaje puede parecer elevado hay que tener presente que la colaboración de los substratos inferiores al asentamiento de la zapata es poco significativa en relación a la colaboración de los substratos superiores.

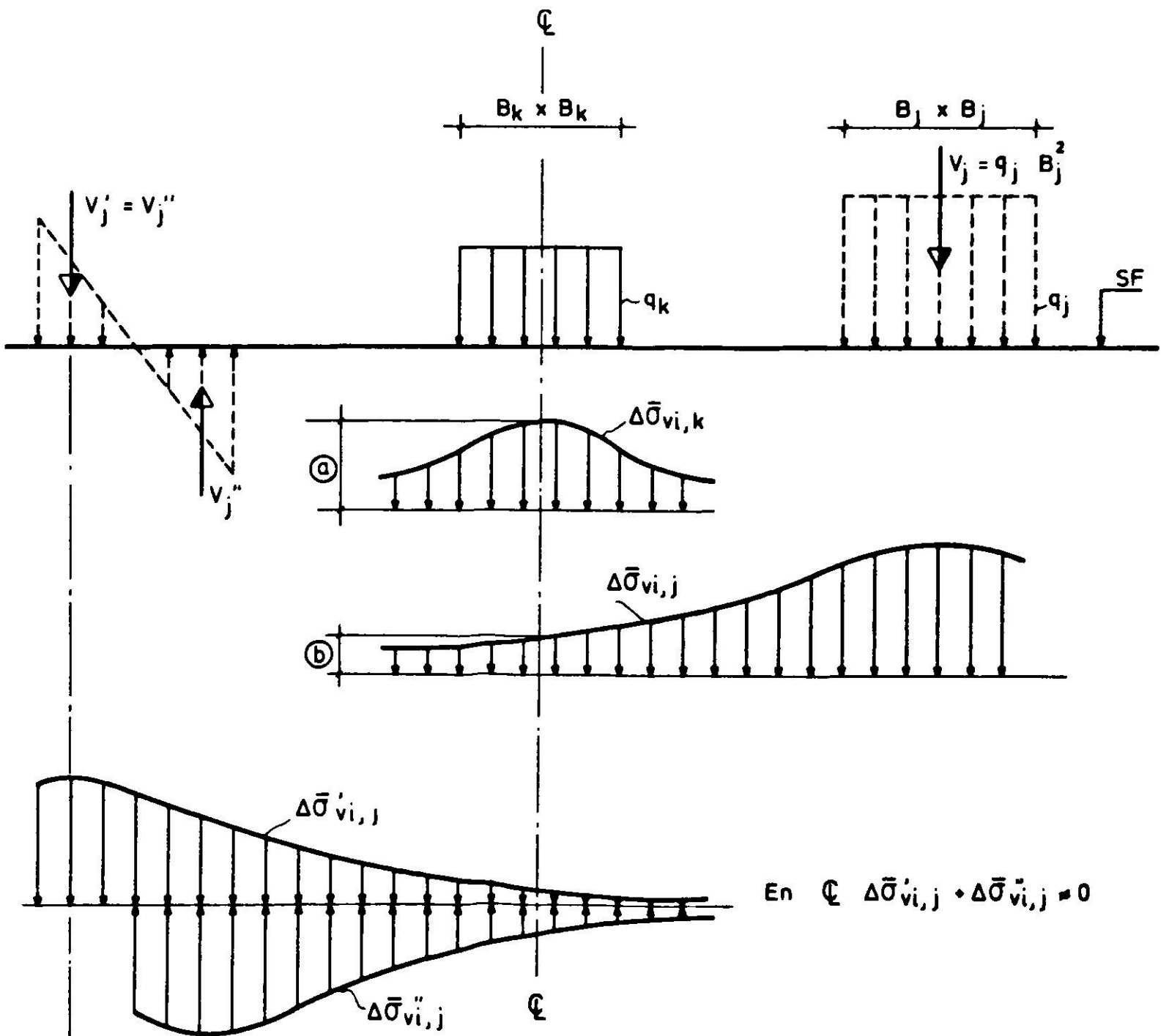
2. El suponer que el medio es homogéneo simplifica mucho la determinación de los incrementos $\Delta\bar{\sigma}_{\nu i}$ pues evita considerar la estratificación del suelo, cuyo efecto en tal determinación comienza a ser importante cuando las rigideces de los substratos difieren en 5 veces o más. Para el estrato de arcilla utilizado, el cambio de rigidez entre dos substratos se debe a la variación en profundidad de la fatiga de preconsolidación y al comportamiento no lineal fatiga-deformación de dicho suelo. Sin embargo, la variación máxima entre los módulos de deformación equivalentes de dos substratos cualesquiera (no necesariamente contiguos) resultó inferior a 2. La determinación de estos módulos equivalentes se efectuó dividiendo el $\Delta\bar{\sigma}_{\nu i}$ resultante por la deformación unitaria vertical del substrato ρ_i/H_i .

3. El cálculo de $\Delta\bar{\sigma}_{\nu i, j}$ para $j = k$ se efectuó utilizando la ecuación (3) la cual es válida para una fatiga de contacto uniforme en el sello de fundación. Para zapatas rígidas, como son la mayoría de las empleadas en la práctica, la distribución teórica de la presión de contacto presenta un mínimo en el centro de la zapata y tiende a valores infinitos en sus bordes. Sin embargo, debido a la plasticificación del suelo, la distribución real es más pareja, por lo que generalmente se acostumbra asimilarla a una distribución uniforme.

4. El cálculo de $\Delta\bar{\sigma}_{\nu i, j}$ para $j \neq k$ se efectuó reemplazando la distribución de presiones en el sello de fundación de la zapata j por su resultante vertical $V_j = q_j B_j^2$. Ello permite emplear la ecuación (2) que es bastante simple. Según Giroud⁵, para puntos ubicados a una distancia del borde de la zapata superior a la mitad de la dimensión mayor de la zapata, la simplificación anterior conduce a errores inferiores al 3% en la determinación de la fatiga inducida. En todos los

casos analizados dicha distancia resulta superior a la mitad de la dimensión de la zapata.

5. El cálculo de $\Delta\bar{\sigma}_{vi,j}$ para $j \neq k$ debería haber contemplado, además, los incrementos de fatiga inducidos por la distribución de presiones bajo las zapatas debidos a los momentos actuantes sobre ellas. Sin embargo, dichos incrementos son francamente despreciables como para tenerlos en cuenta, Fig. 5. Para $j = k$ la distribución de presiones debidas a los momentos da valores nulos para las fatigas inducidas en la vertical que pasa por el centro de las zapatas.



$\Delta\bar{\sigma}_{vi,k}$ = Debido a q_k (carga vertical sobre la zapata)

$\Delta\bar{\sigma}_{vi,j}$ = Debido a V_j (carga vertical sobre la zapata)

$\Delta\bar{\sigma}'_{vi,j}$ y $\Delta\bar{\sigma}''_{vi,j}$ = Debido a V_j' y V_j'' (momento sobre la zapata)

En \mathcal{Q} : $(\Delta\bar{\sigma}_{vi})$ Resultante \approx (a) + (b)

Fig. 5. Esquema de fatigas inducidas.

6. La interacción entre zapatas a través del suelo sólo toma en cuenta los asentamientos verticales producidos por los incrementos $\Delta\bar{\sigma}_{v,i,j}$ inducidos entre una zapata y otra e ignora los giros inducidos por la distribución asimétrica de dichos incrementos, Fig. 5. Sin embargo, éstos son en general lo suficientemente pequeños como para despreciarlos.

7. Los $\Delta\bar{\sigma}_{v,i,j}$ se determinaron a lo largo de la vertical que pasa por el centro de las zapatas con lo cual se sobreestima el $\Delta\bar{\sigma}_{v,i}$ resultante y, por ende, los asentamientos de las zapatas, Fig. 5. Sin embargo, dado que el *error* se comete en todas las zapatas, éste tiende a mitigarse en lo que a asentamientos diferenciales se refiere y, por consiguiente, en lo que concierne a los esfuerzos inducidos por ellos en la estructura.

SOLUCION DE LA ESTRUCTURA ANALIZADA

Para resolver el problema planteado se utilizó un programa de computación elaborado por IEC Ingenieros Ltda. que permite el análisis de estructuras elásticas con nudos rígidos, aporticadas espacialmente. El programa considera en los nudos extremos de cada elemento (viga o pilar) solicitaciones y deformaciones según 6 grados de libertad y la inclusión de resortes lineales de apoyo correspondientes a cada una de las 6 componentes de desplazamiento. Para la estructura analizada dichos resortes de apoyo se ubicaron en los nudos correspondientes a la unión entre los pilares y las zapatas, de los cuales sólo se contempló el resorte de desplazamiento vertical. Los resortes de translación horizontal y el de torsión se consideraron con una constante infinita, es decir, las zapatas no tienen movimiento de torsión en torno al eje vertical que pasa por el centro de los pilares ni se desplazan en su plano horizontal. En la práctica estas simplificaciones no modifican mayormente los resultados, especialmente si existen cadenas o vigas de fundación que unan entre sí las zapatas. En lo que respecta al resorte de giro, éste también se consideró con una constante infinita, es decir, la unión entre el pilar y la zapata no gira. Esta simplificación permitió reducir considerablemente las dimensiones de las matrices y vectores que se utilizan en el cálculo y, en consecuencia, el tiempo de computación. Está avalada por los resultados presentados en la Parte I de este artículo¹, los que se resumen como sigue:

Para solicitaciones verticales de peso propio más sobrecarga, los momentos flectores en los nudos de las vigas debidos a desplazamientos de las zapatas se deben fundamentalmente a asentamientos diferenciales y muy secundariamente a giros de fundación. En los pilares, exceptuando la unión entre el pilar y la zapata (nudo inferior del pilar del primer piso) la situación es similar. Cabe señalar, sin embargo, que para solicitaciones sísmicas horizontales la simplificación de considerar giro nulo en la unión pilar-zapata modifica sustancialmente los momentos flectores inducidos en los nudos de las vigas del primer piso y en los nudos superior e inferior de los pilares de dicho piso¹. Si bien en el presente análisis no se

consideraron solicitaciones sísmicas horizontales, no por ello éstas deben ignorarse. Por tal motivo, en estos casos resulta de imperiosa necesidad contemplar los resortes de giro de las zapatas. Igual cosa ocurre si se desea determinar con precisión el momento flector en la unión pilar-zapata, aun para solicitaciones de peso propio más sobrecarga.

El programa de computación elaborado por IEC Ingenieros consideraba resortes de apoyo con características carga-deformación lineales. Por tal motivo fue necesario implementarlo para considerar la no linealidad de su comportamiento (curva $e - \log \bar{\sigma}_v$) y para tener en cuenta el efecto de interacción entre zapatas a través del suelo. En el Anexo se presentan las ecuaciones matriciales y el procedimiento seguido para la solución de la estructura analizada, así como también una metodología simplificada para resolver situaciones en las cuales se incluyan resortes de giro.

RESULTADOS

Los resultados que se presentan corresponden a asentamientos totales y diferenciales máximos y a momentos flectores en las vigas según la nomenclatura indicada en la Fig. 6. Por razones de espacio no se incluyen los momentos flectores en los pilares, pero en todo caso las tendencias que éstos presentan son similares a las formuladas en la Parte I¹.

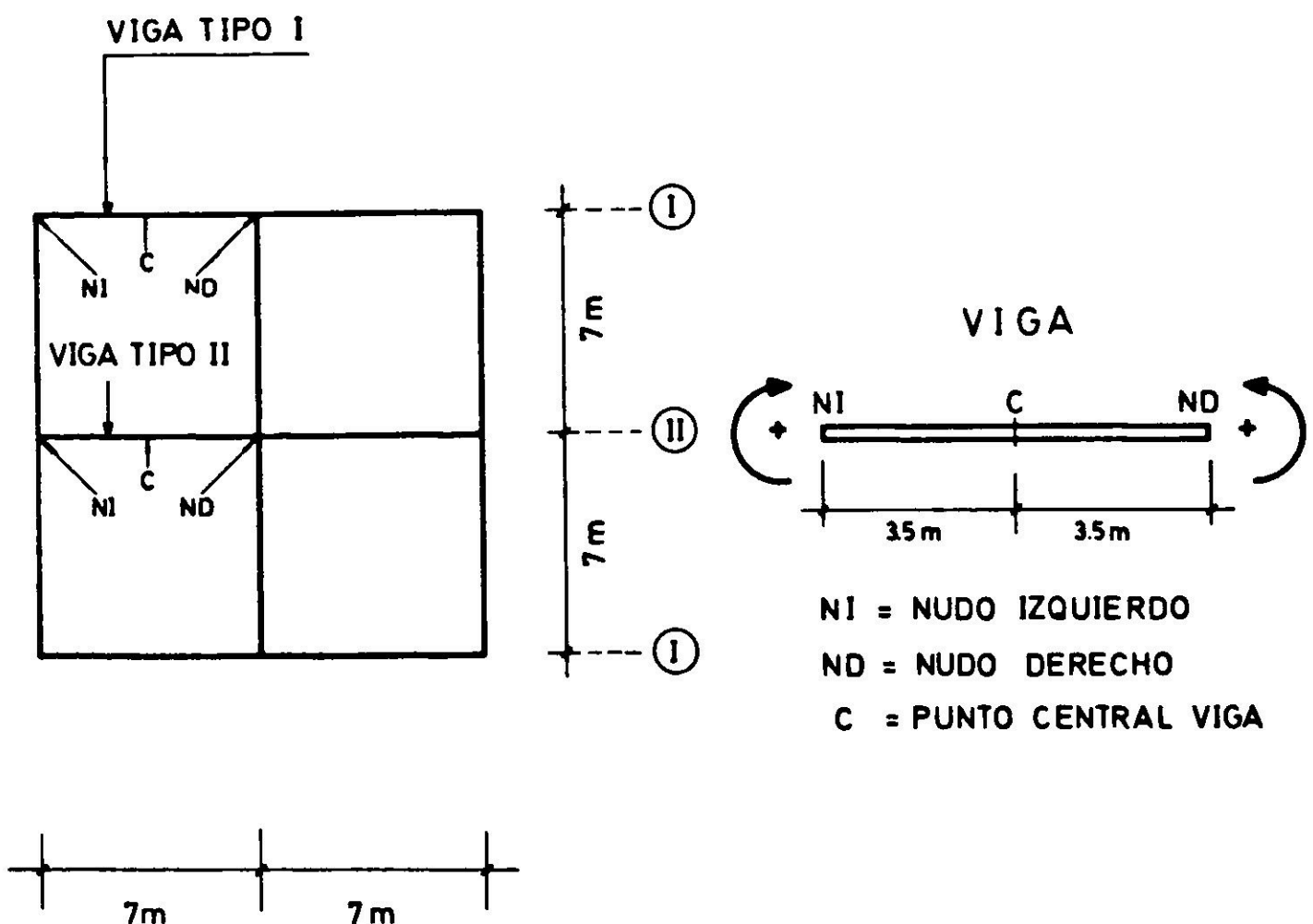


Fig. 6. Nomenclatura utilizada y signo de momentos flectores en vigas.

Cabe señalar que el dimensionamiento de las zapatas se efectuó con una fatiga de contacto admisible de $1,5 \text{ kgf/cm}^2$ y reacciones verticales determinadas considerando la estructura apoyada sobre suelo rígido (zapatas desconectadas). Sin embargo, si se considera la interacción suelo-estructura se origina una redistribución de las reacciones verticales la cual es más pronunciada cuanto menor sea la rigidez del suelo de apoyo¹. Era de esperar entonces que el efecto de redistribución fuese importante ya que el módulo de deformación equivalente de la arcilla considerada en el análisis oscila entre 2 y 50 kgf/cm^2 según cual sea la variación $\bar{\sigma}_{vm}$ vs profundidad que se elija. Esto es particularmente cierto para las curvas 1, 2 y 3 de la Fig. 3, para las cuales dicho módulo es inferior a 15 kgf/cm^2 . Como consecuencia de lo anterior, en la zapata vértice la máxima fatiga de contacto resultó superior en 3% , 20% y 31% a la fatiga de contacto admisible según se tratara de estructuras de 2, 4 y 7 pisos, respectivamente. Cuando el suelo de apoyo presenta erraticidad la redistribución de las reacciones en las zapatas es también importante y en varios casos la fatiga de contacto excede la fatiga de contacto admisible. Sin embargo, para los casos analizados los excesos no sobrepasan los porcentajes indicados anteriormente.

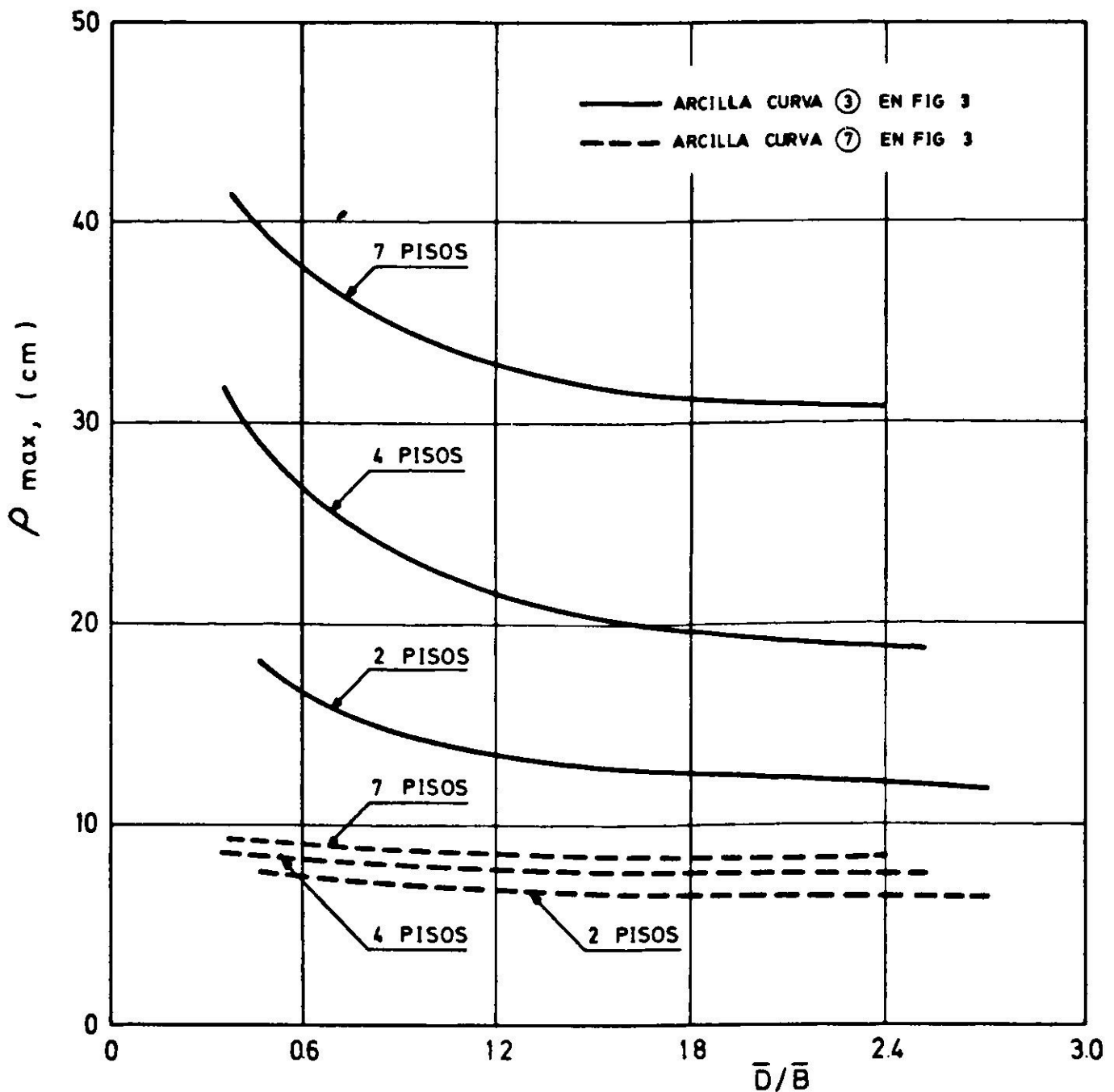


Fig. 7. Asentamiento total máximo vs separación entre zapatas. Estructuras de 2, 4 y 7 pisos apoyadas sobre arcilla.

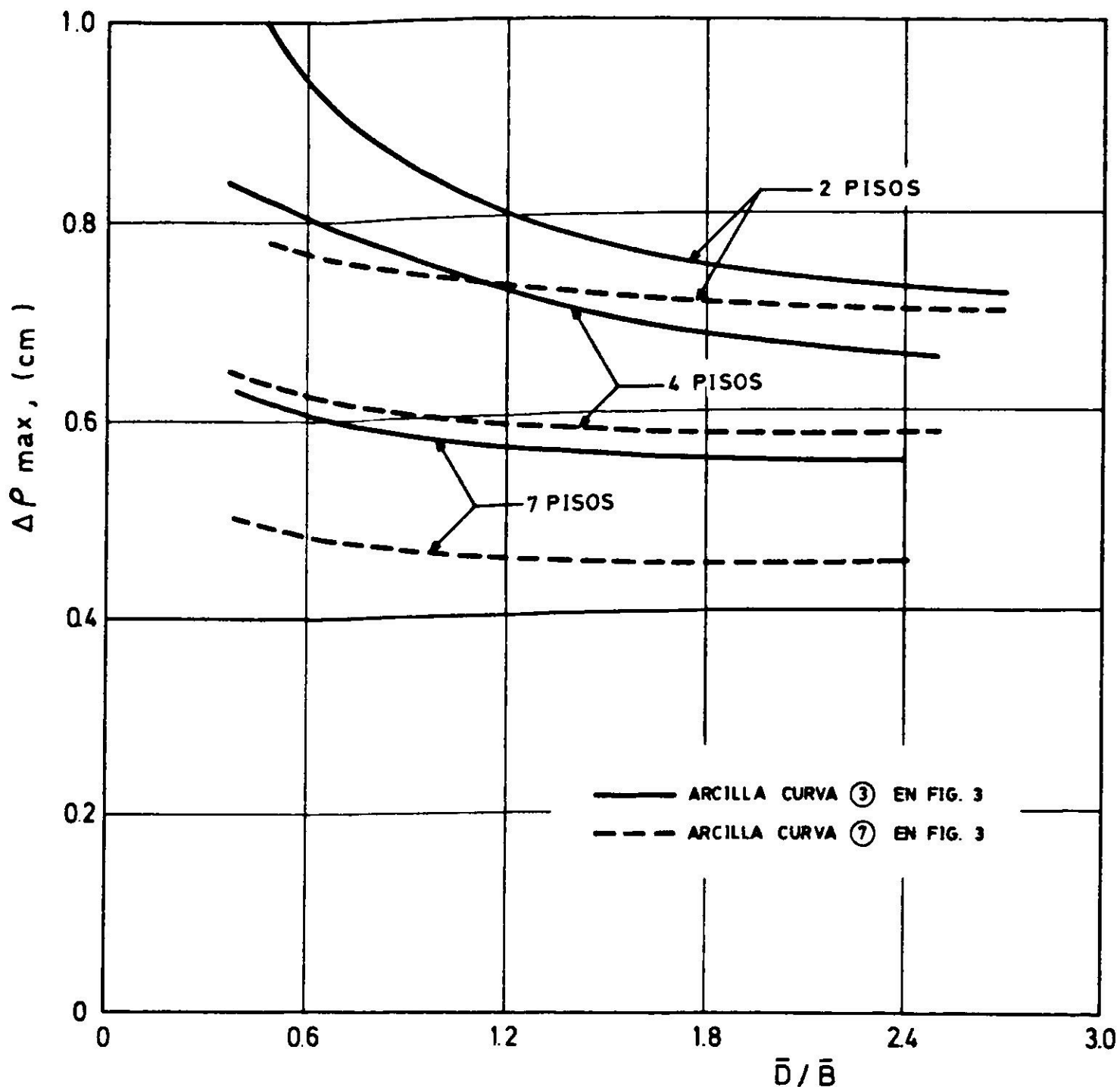


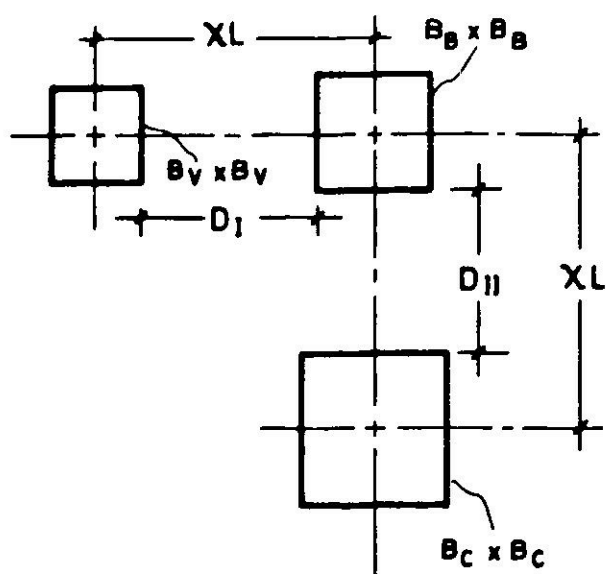
Fig. 8. Asentamiento diferencial máximo vs separación entre zapatas. Estructuras de 2, 4 y 7 pisos apoyadas sobre arcilla.

Arcilla sin erraticidad

En las Figs. 7 y 8 se presentan las variaciones del asentamiento total máximo ρ_{max} y del diferencial máximo $\Delta\rho_{max}$ en función de la distancia promedio normalizada entre zapatas \bar{D}/\bar{B} , cuyo significado se ilustra en el esquema inserto a la Tabla II. La razón \bar{D}/\bar{B} es una medida de la mayor o menor cercanía entre zapatas y, por lo tanto, un parámetro destinado a cuantificar el efecto de la interacción entre zapatas a través del suelo. Con el fin de analizar exclusivamente la influencia de dicha interacción lo único que se varió fue la distancia inicial entre pilares ($L = 7$ m) multiplicándola por un factor χ al que se le asignó los valores indicados en la Tabla II. Como la variación de esa distancia implicaba un cambio en la rigidez de la estructura (v.gr. *las luces de las vigas cambian*) se utilizó la rigidez calculada con $\chi = 1.0$ la que se mantuvo inalterada para el resto de los valores de χ utilizados en el análisis. Obviamente esto corresponde a una situación ficticia,

TABLA II
DISTANCIA PROMEDIO NORMALIZADA ENTRE ZAPATAS, \bar{D}/\bar{B}

Número de pisos	χ	Grava		Arena		Arcilla	
		$\frac{\bar{B}}{\text{(m)}}$	$\frac{\bar{D}}{\bar{B}}$	$\frac{\bar{B}}{\text{(m)}}$	$\frac{\bar{D}}{\bar{B}}$	$\frac{\bar{B}}{\text{(m)}}$	$\frac{\bar{D}}{\bar{B}}$
2	1.00	1.17	5.0	1.52	3.6	1.9	2.7
	0.85		4.1		2.9		2.1
	0.70		3.2		2.2		1.6
	0.50		2.0		1.3		0.9
	0.40		1.4		0.9		0.5
4	1.40	1.45	5.8	2.02	3.9	2.6	2.8
	1.20		4.8		3.2		2.3
	1.00		3.8		2.5		1.7
	0.85		3.1		2.0		1.3
	0.70		2.4		1.4		0.9
	0.60		1.9		1.1		0.6
	0.50		1.4		0.7		0.4
7	1.60	1.85	5.1	2.57	3.4	3.3	2.4
	1.40		4.3		2.8		2.0
	1.20		3.5		2.3		1.6
	1.00		2.8		1.7		1.1
	0.90		2.4		1.5		0.9
	0.85		2.2		1.3		0.8
	0.75		1.8		1.1		0.6
	0.65		1.5		0.8		0.4



$$\bar{B} = \frac{B_V + B_B + B_C}{3}$$

$$\bar{D} = \frac{D_I + D_{II}}{2}$$

$$L = 7.0 \text{ m}$$

pero en todo caso útil para aislar el efecto de interacción entre zapatas. Los resultados graficados en las Figs. 7 y 8 corresponden a estructuras apoyadas sobre arcilla con variaciones de $\bar{\sigma}_{vm}$ en profundidad definidas por las curvas 3 y 7 de la

Fig. 3, con lo cual se trató de cubrir una gama de situaciones más o menos extremas en lo que a la preconsolidación se refiere.

Los resultados obtenidos indican que el efecto de la interacción entre zapatas a través del suelo en los asentamientos totales y diferenciales de la estructura disminuye a medida que aumenta la rigidez del suelo y sólo se manifiesta en términos significativos cuando la separación entre zapatas es menor a 1.5 - 2.0 veces el ancho de éstas. De acuerdo a los valores expuestos en la Tabla II, para una separación dada entre pilares, es más probable que la condición $\bar{D}/\bar{B} < 1.5 - 2.0$ se presente en suelos tipo arcilla ya que en suelos tipo grava o arena su mayor capacidad de soporte hace que las dimensiones de las zapatas resulten menores. Finalmente es preciso hacer notar que las conclusiones establecidas anteriormente son válidas para separaciones entre zapatas mayores a la mitad de su ancho, lo cual se cumple relativamente bien en todos los casos analizados. Para separaciones menores la extrapolación de las curvas graficadas en las Figs. 7 y 8 indica un aumento cada vez mayor tanto en los valores de $\rho_{m\acute{a}x}$ como de $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$. Esto se contradice con el hecho de que en zapatas muy cercanas entre sí el efecto de la interacción a través del suelo puede resultar beneficioso, ya que tendería a producir una uniformización de los asentamientos y por ende una reducción de los asentamientos diferenciales. La razón de esta discrepancia se debería a que el modelo utilizado en la solución del problema de interacción entre zapatas a través del suelo no es válido cuando éstas se encuentran muy cercanas entre sí.

En las Figs. 9 y 10 se presentan las variaciones de $\rho_{m\acute{a}x}$ y $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ en función

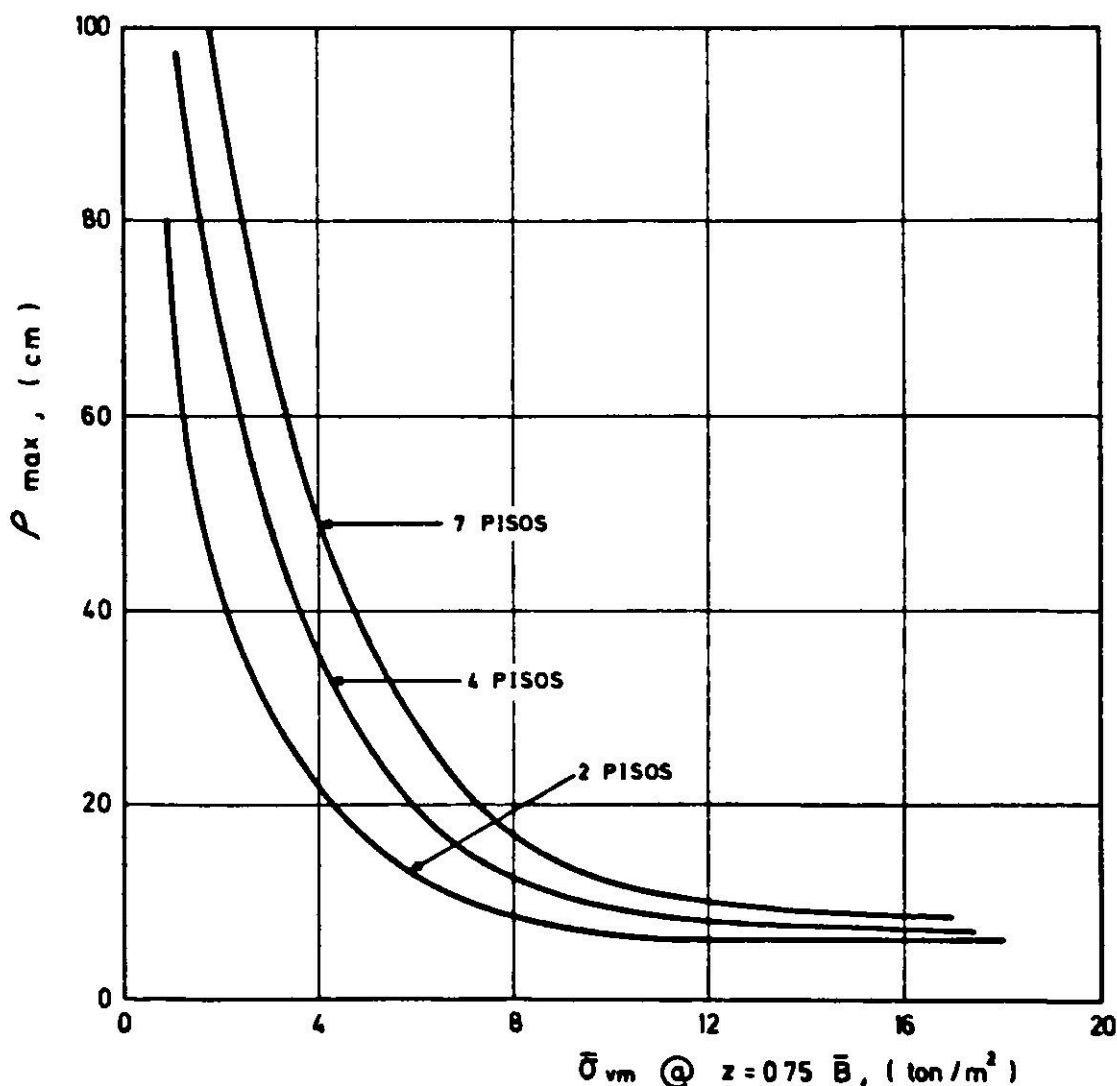


Fig. 9. Asentamiento total máximo vs fatiga de preconsolidación. Estructura de 2, 4 y 7 pisos con $\chi = 1.0$ apoyada sobre arcilla.



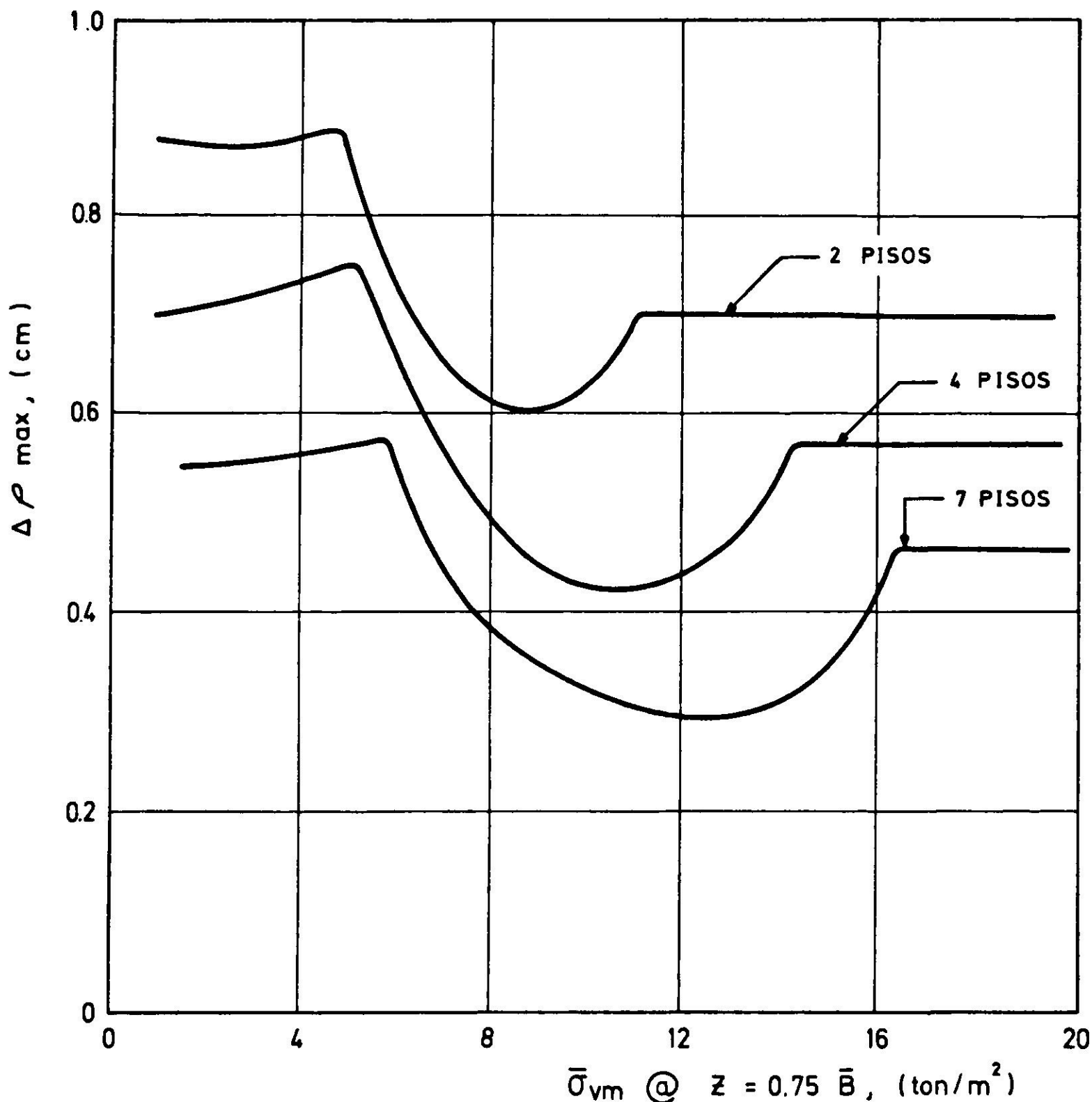


Fig. 10. Asentamiento diferencial máximo vs fatiga de preconsolidación. Estructura de 2, 4 y 7 pisos con $\chi = 1.0$ apoyada sobre arcilla.

de la fatiga de preconsolidación $\bar{\sigma}_{vm}$ de la arcilla. Para aquellos casos en los cuales $\bar{\sigma}_{vm}$ varía en profundidad, curvas 1, 3, 5 y 7 en Fig. 3, los resultados se graficaron tomando como referencia la fatiga de preconsolidación a una profundidad $z = 0.75 \bar{B}$, la cual corresponde aproximadamente al centro del bulbo de presiones. Cabe comentar que en ambas figuras los resultados son para estructuras con una distancia entre pilares de 7.0 m ($\chi = 1.0$) lo cual implica que estén poco contaminados con el efecto de interacción entre zapatas.

En lo que respecta a los asentamientos totales máximos, éstos obviamente disminuyen a medida que se incrementa la rigidez del suelo como consecuencia del aumento de su fatiga de preconsolidación. Sin embargo, los asentamientos diferenciales máximos presentan un mínimo para un cierto valor de $\bar{\sigma}_{vm}$, que varía con el número de pisos de la estructura (o si se quiere con las dimensiones de las zapatas) para posteriormente estabilizarse pasado cierto valor de la fatiga

de preconsolidación. La existencia de un mínimo se debe a un efecto combinado entre las diferencias de dimensiones de las zapatas y la variación en profundidad de la fatiga de preconsolidación. La estabilización de $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ se explica si se considera que pasado cierto valor de $\bar{\sigma}_{vm}$ la fatiga final alcanzada por el suelo será siempre menor que $\bar{\sigma}_{vm}$ y por lo tanto se estará trabajando solamente en la zona de recompresión de la curva $e - \log \bar{\sigma}_v$.

En la Fig. 11 se ilustran los momentos flectores inducidos en los nudos extremos de las vigas para estructuras de 2, 4 y 7 pisos apoyadas sobre suelo rígido (indeformable). Si bien para esta condición de apoyo no se producen desplazamientos en las fundaciones, la deformación de los pilares debida a las cargas axiales que soportan hace que se induzcan desplazamientos verticales diferenciales en los nudos extremos de las vigas. Estos desplazamientos son más importantes en las vigas de los pisos superiores ya que allí la deformación axial de los pilares es mayor. Otro factor importante es el incremento de la rigidez al giro en los nudos extremos de las vigas que se origina al aumentar el número de pisos. Esto se debe a que dicho aumento del número de pisos implica un mayor número de puntos de arriostamiento en los pilares de la estructura. Los factores recientemente expuestos hacen que para una viga dada se produzcan diferencias en los momentos flectores de sus nudos extremos al variar el número de pisos, Fig. 11.

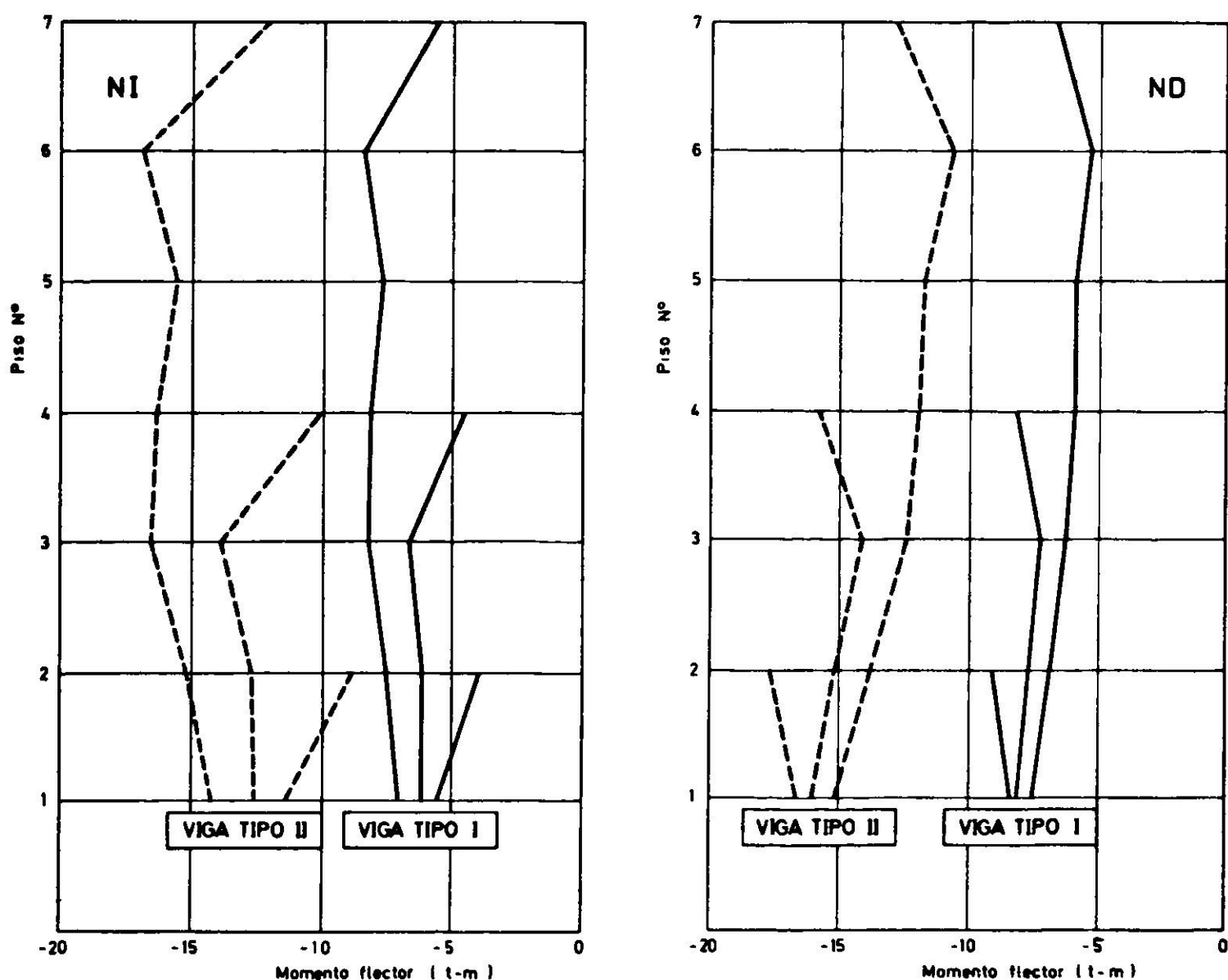


Fig. 11. Momentos flectores en los nudos extremos de las vigas tipo I y II. Estructuras de 2, 4 y 7 pisos apoyadas sobre suelo rígido.

Con el fin de ilustrar en forma condensada los momentos flectores inducidos por los asentamientos diferenciales se graficó la razón $M_{\Delta\rho}/\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ en que $M_{\Delta\rho}$ representa el momento flector inducido en los nudos de las vigas por dichos asentamientos diferenciales. La Fig. 12 presenta la variación con el número de pisos de la razón $M_{\Delta\rho}/\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ para los nudos de la viga tipo II en estructuras de 2, 4 y 7 pisos con diferentes distancias entre pilares ($\chi = 0.4$ a 1.6) y apoyadas en arcilla con distintos tipos de variación en profundidad de la fatiga de preconsolidación (curvas 1 a 7). Los resultados caen dentro de bandas estrechas lo que permite concluir que, para la estructura analizada, existe una relación única entre los momentos inducidos en las vigas por los asentamientos diferenciales y el valor de $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$. Más aun, estas bandas son virtualmente coincidentes con las obtenidas para apoyo sobre suelos tipo grava, arena y arcilla modelados como medios elásticos, homogéneos e isótropos¹.

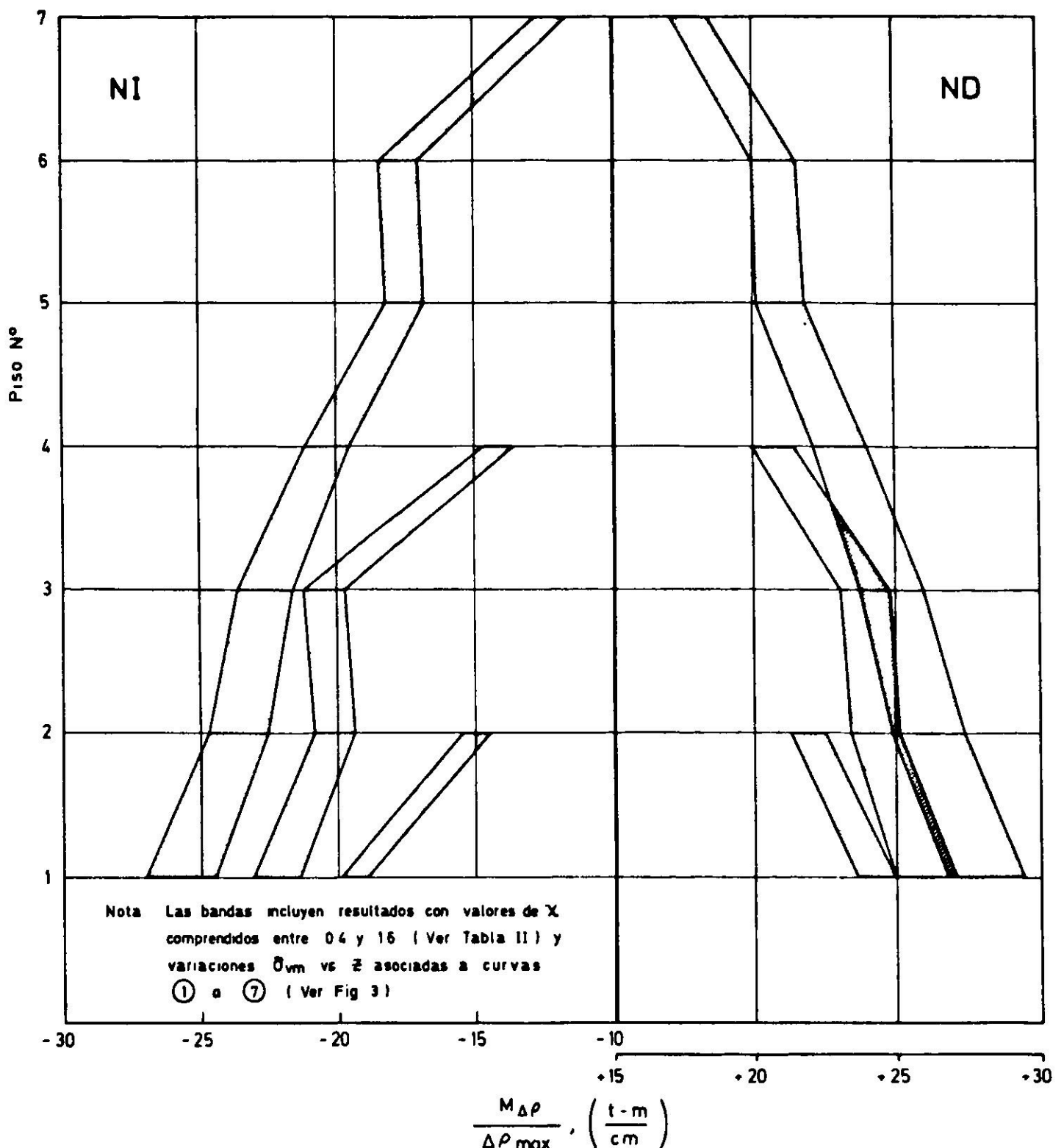


Fig. 12. Momentos flectores inducidos por los asentamientos diferenciales en los nudos extremos de la viga tipo II. Estructuras de 2, 4 y 7 pisos apoyadas sobre arcilla.

De acuerdo a lo anterior es posible establecer que el efecto de $\bar{\sigma}_{vm}$ y de la interacción entre zapatas a través del suelo en los momentos flectores, $M_{\Delta\rho}$, será idéntico al que dichos parámetros tienen en el valor de $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$. Finalmente es interesante observar que el momento flector resultante, que es igual al momento con apoyo rígido más el momento $M_{\Delta\rho}$, no es tan dependiente del número de pisos como se pudiera pensar. En efecto, de acuerdo a los resultados graficados en la Fig. 11 el momento flector para apoyo rígido aumenta o disminuye con el número de pisos dependiendo del nudo que se considere en la viga. Por otra parte la razón $M_{\Delta\rho}/\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ aumenta con el número de pisos y el valor de $\Delta\rho_{m\acute{a}x}$ disminuye. De aquí entonces que el momento resultante sea relativamente poco dependiente del número de pisos de la estructura e incluso sea difícil establecer una ley de variación más o menos definida entre ambos parámetros.

En la Fig. 13 se ilustran los momentos flectores resultantes en el punto central de las vigas incluyendo aquéllos obtenidos con apoyo sobre suelo rígido.

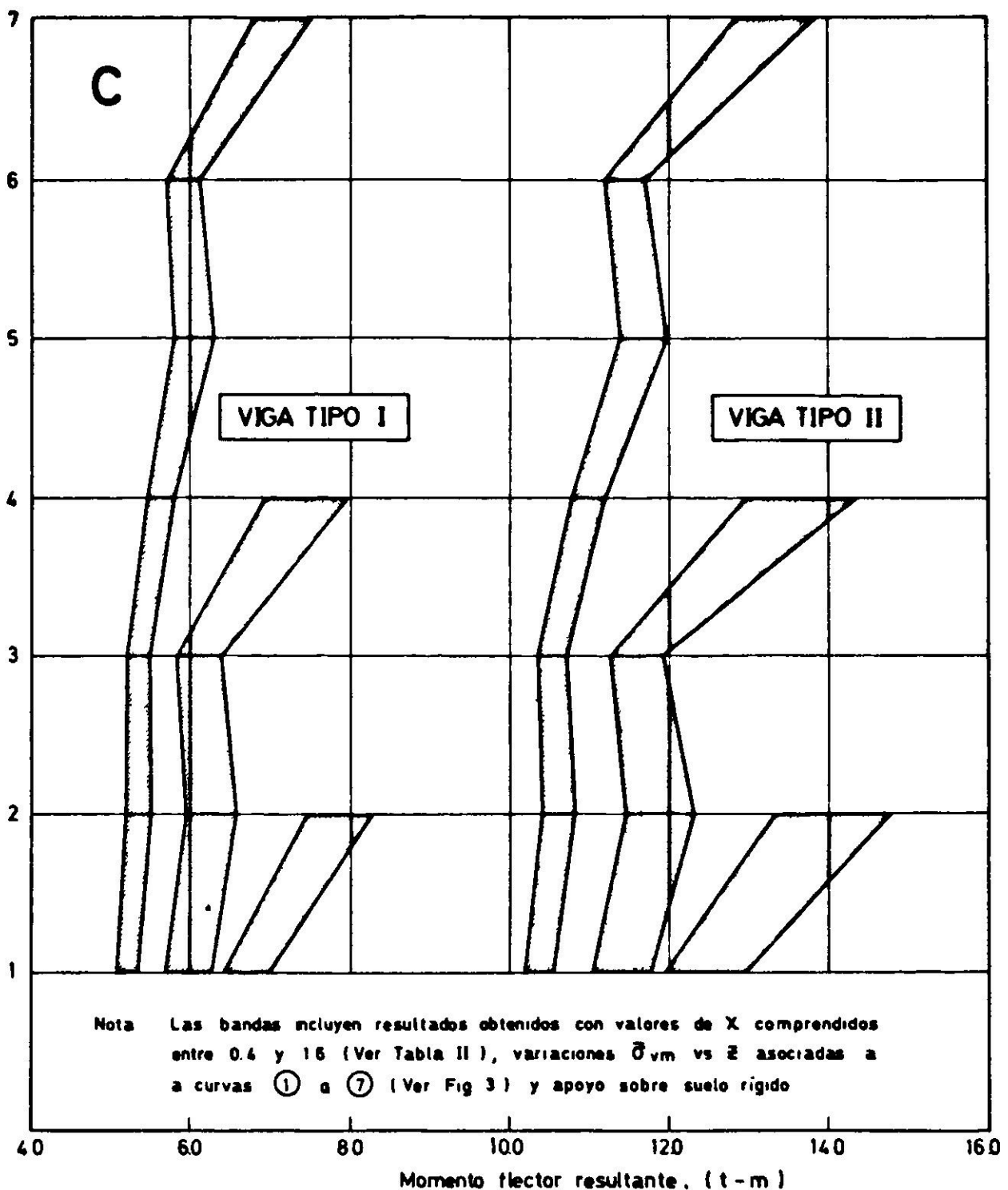


Fig. 13. Momentos flectores resultantes en el punto central de las vigas tipo I y II. Estructuras de 2, 4 y 7 pisos apoyadas sobre arcilla y sobre suelo rígido.

Estos momentos caen dentro de bandas relativamente estrechas lo cual es indicativo que sus valores no se ven afectados significativamente por la existencia de asentamientos diferenciales (v.gr. $M_{\Delta\rho}$ es pequeño en el punto central de las vigas).

Arcilla con erraticidad

Las características de deformación del suelo de apoyo de una estructura no son nunca constantes en toda la extensión ocupada por la planta de las fundaciones ni tampoco en profundidad. Según la magnitud de las variaciones de dichas características se puede distinguir lo que sería una erraticidad burda (por ej. un bolsón de suelo blando o un afloramiento de roca bajo una determinada zapata) y una erraticidad normal producto de ligeras variaciones en el perfil estratigráfico del subsuelo y, dentro de cada estrato, cambios en sus características de deformación.

El análisis de la erraticidad se efectuó con un modelo muy simplificado consistente en apoyar ocho de las nueve zapatas de la estructura en arcilla con índices de compresión promedio iguales a²:

$$\frac{C_r}{1 + e_o} = 0.018$$

$$\frac{C_c}{1 + e_o} = 0.240$$

La zapata restante se apoyó sobre arcilla con índices de compresión $C_r/(1 + e_o) = 0.018 + 0.004$ y $C_c/(1 + e_o) = 0.240 + 0.056$, valores que corresponden al límite superior de una banda obtenida de 15 ensayos de compresión unidimensional².

En las Figs. 14 y 15 se ilustra el efecto de la erraticidad, así modelada, en los momentos flectores del nudo izquierdo y del punto central de las vigas tipo I y II, respectivamente. Dicho efecto se presenta en términos de la razón M/M_o siendo M_o el momento flector resultante obtenido sin considerar la existencia de erraticidad y M el obtenido considerándola. Los resultados indican que la variación de los momentos flectores es principalmente importante en las vigas conectadas a la columna que descansa en la zapata apoyada sobre la *erraticidad* (un máximo de aproximadamente $\pm 40\%$ de variación con respecto al momento resultante con apoyo sobre suelo homogéneo), que el efecto de la erraticidad se amortigua hacia los pisos superiores en tanto que la estructura tenga más de dos pisos, que pareciera magnificarse si $\bar{\sigma}_{vm}$ aumenta y que su efecto en el momento flector del punto medio de las vigas es prácticamente despreciable.

Cabe finalmente señalar que la forma en que se modeló la erraticidad del suelo estaría más cerca a la erraticidad burda. Esto debido a que se consideró un incremento de aproximadamente 20% en los índices de compresión unidimensional los cuales se asociaron al suelo existente bajo una de las nueve zapatas que componen el sistema de fundación. Las ocho restantes se apoyaron en suelos con

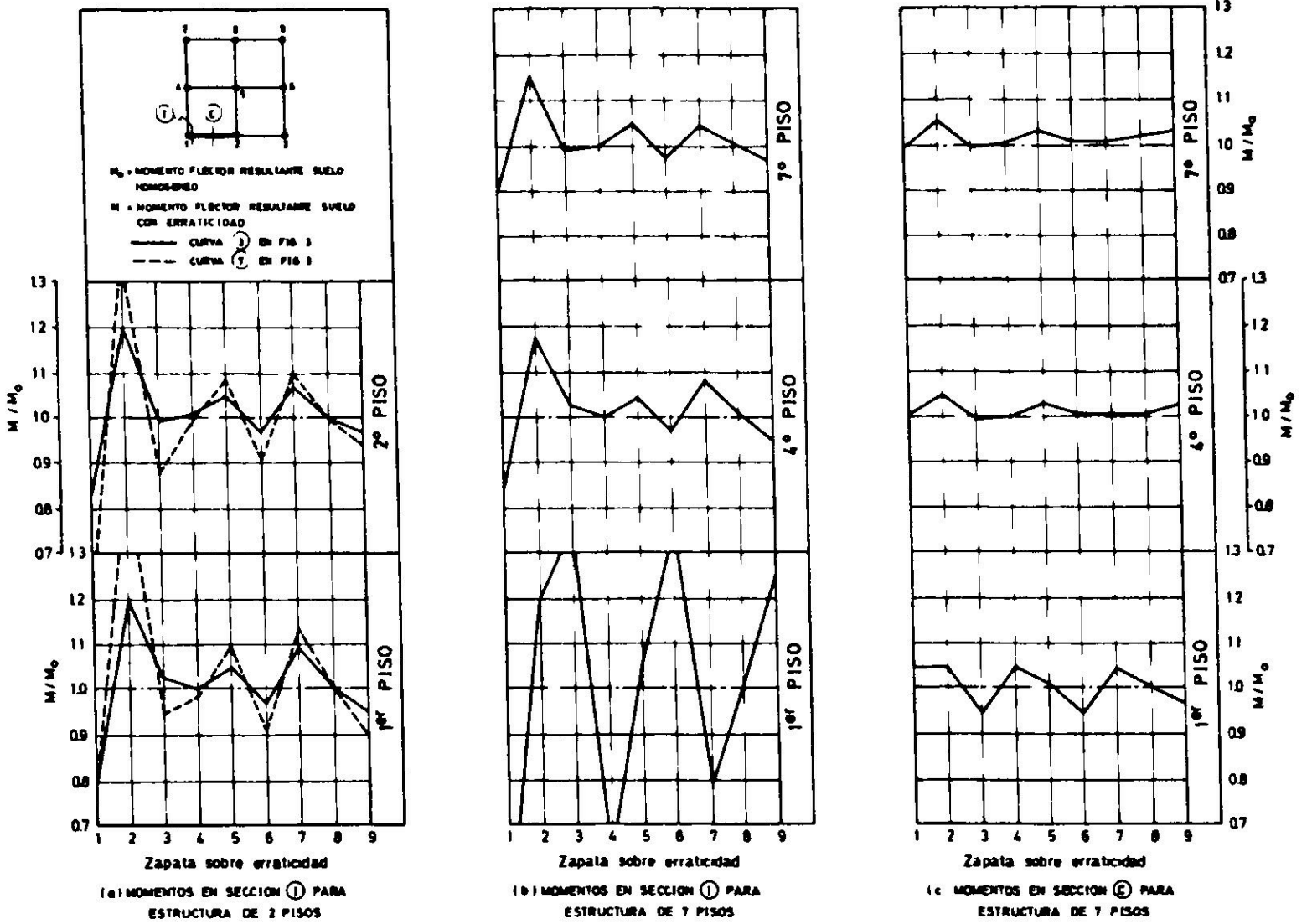


Fig. 14. Efecto de la erraticidad de la arcilla en los momentos flectores de la viga tipo I para estructuras con $\chi = 1.0$.

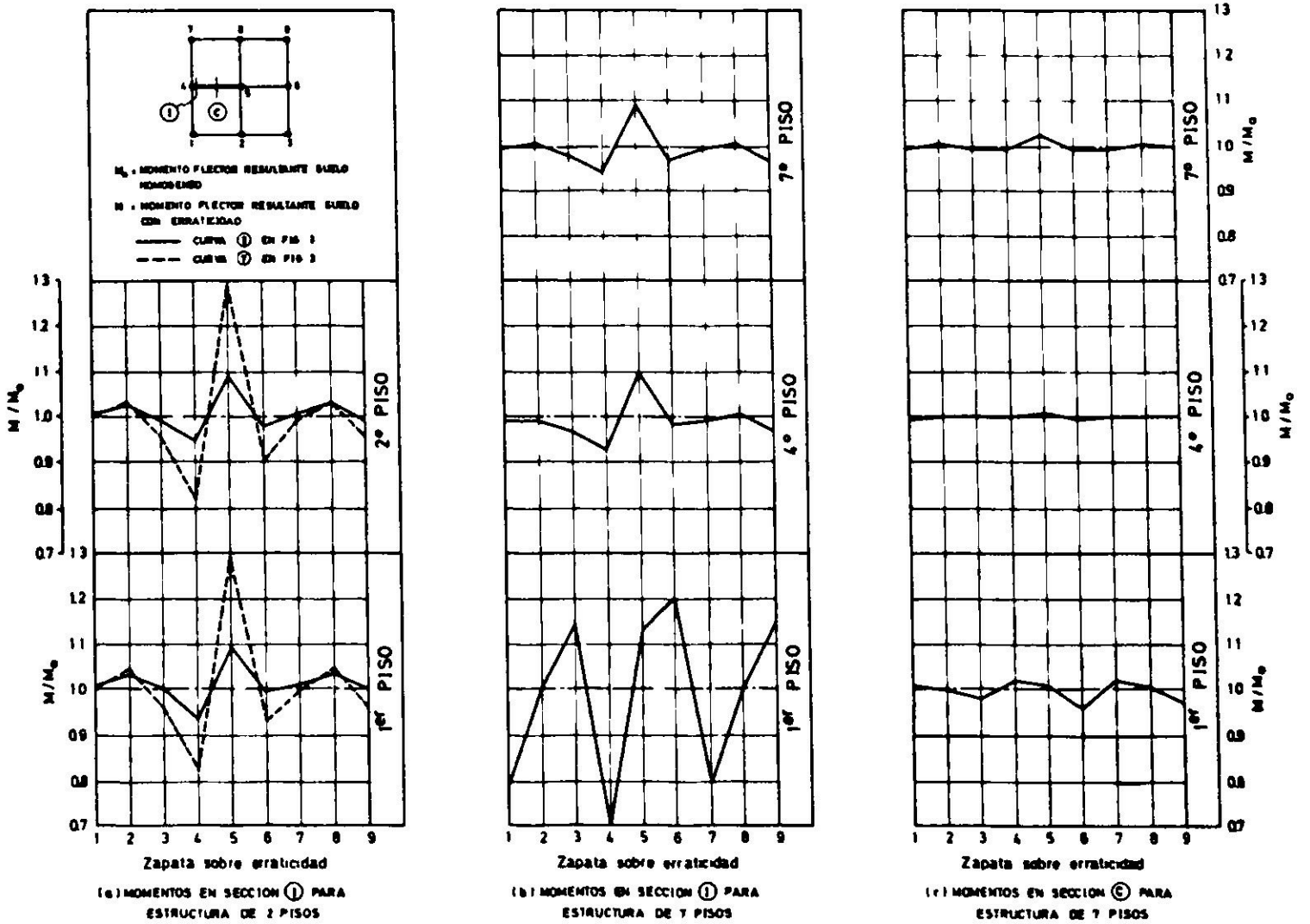


Fig. 15. Efecto de la erraticidad de la arcilla en los momentos flectores de la viga tipo II para estructuras con $\chi = 1.0$.

índices de compresión constantes e iguales al promedio señalado anteriormente. Un análisis más riguroso del problema, no sólo para los efectos de la erraticidad del suelo sino también de las cargas aplicadas a la estructura, implica el uso de técnicas probabilísticas, amén de contar con una gran cantidad de datos que permitan definir adecuadamente el patrón de distribución de los parámetros envueltos en el problema⁶. Sin embargo, los resultados obtenidos con la modelación utilizada permiten, por lo menos, indicar el orden de magnitud de las variaciones de los momentos flectores con cargo a erraticidades del suelo más bien burdas.

CONCLUSIONES

Para la estructura analizada y las condiciones del suelo de apoyo consideradas es posible establecer las siguientes conclusiones:

El efecto de la interacción entre zapatas a través del suelo en los asentamientos totales y diferenciales de la estructura disminuye a medida que aumenta la fatiga de preconsolidación del suelo y sólo se manifiesta en términos significativos cuando la separación entre zapatas es menor a 1.5 - 2.0 veces el ancho de éstas. A medida que la separación entre zapatas disminuye por debajo del límite anterior se obtiene un aumento sostenido de los asentamientos, los cuales, cuando las zapatas comienzan a acercarse mucho entre sí, tenderían a estabilizarse o incluso a disminuir.

A medida que se incrementa la rigidez del suelo debido a un aumento de su fatiga de preconsolidación, $\bar{\sigma}_{vm}$, los asentamientos totales máximos disminuyen hasta estabilizarse para valores de $\bar{\sigma}_{vm}$ iguales o superiores a las fatigas efectivas finales inducidas, $\bar{\sigma}_{vf}$. Sin embargo, los asentamientos diferenciales máximos presentan un mínimo para un cierto valor de $\bar{\sigma}_{vm}$ que varía con el número de pisos de la estructura (o si se quiere con las dimensiones de las zapatas), para posteriormente estabilizarse cuando $\bar{\sigma}_{vm} \geq \bar{\sigma}_{vf}$.

Para la estructura con un número de pisos dado y apoyada sobre suelo homogéneo existe una relación única entre los momentos inducidos en sus nudos por los asentamientos diferenciales, $M_{\Delta\rho}$, y el valor del asentamiento diferencial máximo, $\Delta\rho_{máx}$. Esta relación es virtualmente independiente del tipo de suelo considerado, de la forma como éste se modele para los efectos del cálculo de asentamientos (modelación como medio elástico o a través de la curva $e - \log \bar{\sigma}_v$) y de si existe o no interacción entre zapatas a través del suelo.

Para la estructura apoyada sobre suelo homogéneo los momentos flectores resultantes en sus nudos son relativamente poco dependientes del número de pisos.

Para la modelación de la erraticidad del suelo adoptada, la variación de los momentos flectores resultantes es principalmente importante en las vigas conectadas a la columna que descansa en la zapata apoyada sobre la *erraticidad*

(un máximo de aproximadamente $\pm 40\%$ de variación con respecto al momento resultante con apoyo sobre suelo homogéneo). Esta variación disminuye notoriamente hacia los pisos superiores en tanto que la estructura tenga más de dos pisos y pareciera magnificarse si la fatiga de preconsolidación del suelo aumenta.

Los momentos flectores inducidos en el punto central de las vigas por los desplazamientos de las fundaciones, aun cuando se trate de apoyo sobre suelo con erraticidad, son de reducida magnitud.

REFERENCIAS

1. FERNANDEZ, A.; ORTIGOSA, P., y GUENDELMAN, T. Influencia de asentamientos diferenciales en un marco espacial: Parte I. *Revista del IDIEM*, vol. 13, n° 3 (diciembre 1974).
2. RETAMAL, E. y ORTIGOSA, P. *Informe de mecánica de suelos para los ex-terrenos de la Compañía Cervecerías Unidas, Valdivia*, abril 1972.
3. HARR, M.E. *Foundations of theoretical soil mechanics*. Ed. Mc. Graw-Hill, 1966.
4. BURMISTER, D.M. Stress and displacement characteristics of a two-layer rigid base soil system: Influence diagrams and practical applications. *Proceedings Highway Research Board*, vol. 35 (1956).
5. FORAY, P. *Apuntes de mecánica de suelos teórica*. Magister en Mecánica de Suelos, IDIEM.
6. PADILLA, J.D. y VANMARCKE, E.H. *Settlements of structures on shallow foundations, a probabilistic analysis*. Department of Civil Engineering, M.I.T., (enero 1974).

INFLUENCE OF DIFFERENTIAL SETTLEMENTS ON A SPATIAL FRAME: PART II

SUMMARY:

Bending moments induced by footing displacements on a spatial frame are computed. Clayish soils considered as foundation materials are assumed to exhibit one-dimensional stress-strain behaviour defined by an $e - \log \bar{\sigma}_v$ plot. The influence of the number of stories, maximum past pressure, footing interaction through the soil and erratic soil support conditions on the structure response are analysed.

ANEXO

Solución de la estructura con apoyos sin giros

Para el subsistema estructura la ecuación matricial que rige su comportamiento puede escribirse como:

$$\left\{ R \right\} = [K] \left\{ r \right\} \quad (\text{A.1})$$

en que $\left\{ R \right\}$ = vector de las solicitaciones externas aplicadas en los nudos, incluídos los nudos unión pilar-zapata (apoyo).

$[K]$ = matriz de rigidez de la estructura.

$\left\{ r \right\}$ = vector de desplazamientos en los nudos.

Si se enumeran convenientemente los grados de libertad en los nudos de la estructura la ec. (A.1) puede escribirse como:

$$\begin{Bmatrix} R_I \\ R_A \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{II} & K_{IA} \\ K_{AI} & K_{AA} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_I \\ r_A \end{Bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

en que R_I y r_I representan las solicitaciones y desplazamientos en los nudos que no sean los apoyos; R_A y r_A representan las reacciones y desplazamientos en los apoyos. Desarrollando la ecuación anterior es posible establecer:

$$\left\{ R_A \right\} = \left\{ R_o \right\} + [K_A] \left\{ r_A \right\}, \text{ en que:} \quad (\text{A.3})$$

$$\left\{ R_o \right\} = [K_{AI}] [K_{II}]^{-1} \left\{ R_I \right\} \quad (\text{A.4a})$$

$$[K_A] = [K_{AA}] - [K_{AI}] [K_{II}]^{-1} [K_{IA}] \quad (\text{A.4b})$$

Debido a que sólo se consideran descensos verticales de los apoyos (el apoyo desciende sin que experimente giros ni desplazamientos laterales) la ecuación (A.3) se escribiría como:

$$\left\{ R_A \right\}^V = \left\{ R_o \right\}^V + [K_A]^V \left\{ r_A \right\}^V \quad (\text{A.5})$$

en que $\left\{ R_A \right\}^V$ = Vector de las reacciones verticales en los apoyos.

$\left\{ R_o \right\}^V$ = Vector de reacciones verticales en los apoyos cuando la estructura descansa sobre suelo rígido.

$\left\{ r_A \right\}^V$ = Vector de descensos verticales.

$[K_A]^V$ = Matriz que liga los descensos r_A con las reacciones verticales inducidas por ellos.

El vector $\left\{ R_o \right\}^V$ se obtiene procesando la estructura apoyada sobre suelo rígido eliminando aquellas reacciones que no sean las verticales. La matriz $[K_A]^V$ puede generarse mediante dos procedimientos:

- Determinando las reacciones verticales en los apoyos de la estructura sometidos, uno por uno, a un descenso unitario sin giros ni desplazamientos laterales.
- A través de la ecuación (A.4b) se generan los términos de la matriz $[K_A]$ de los cuales se eliminan aquéllos que multiplican los desplazamientos correspondientes a giros y corrimientos laterales de los apoyos. Reagrupando los términos que quedan se genera automáticamente la matriz $[K_A]^V$.

El segundo método ofrece claras ventajas ya que el programa de computación utilizado genera los términos de la matriz $[K]$ y por lo tanto no se requiere de ningún proceso adicional. Lo único que hay que cuidar es numerar convenientemente los grados de libertad de cada nudo para generar la estructura matricial definida por la relación (A.2).

Para el subsistema suelo la ecuación matricial que rige su comportamiento es, Fig. A.1:

$$\{P_A\} = [K_s] \{r_A\}^V \quad (\text{A.6})$$

en que $\{P_A\}$ = solicitaciones verticales transmitidas por las zapatas al suelo.
 $[K_s]$ = matriz de rigidez del suelo.

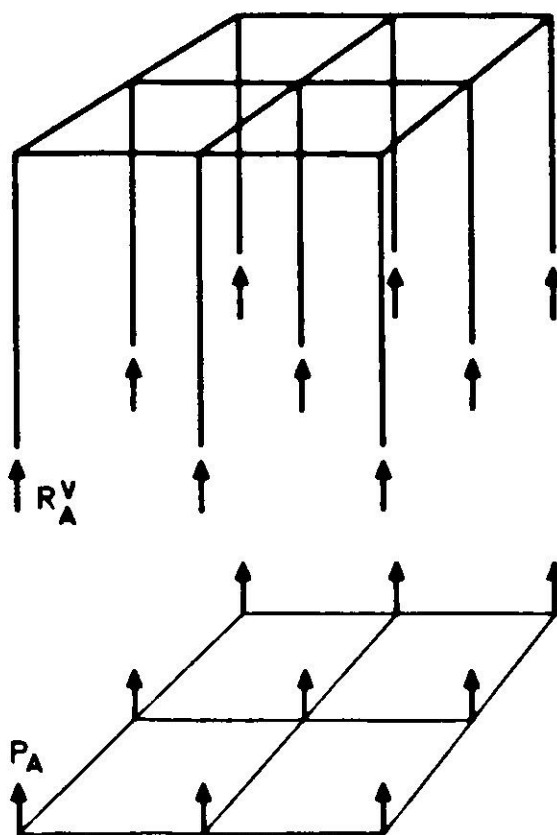


Fig. A.1.

Dado que en las zapatas no hay cargas externas se tiene:

$$\{R_A\}^V + \{P_A\} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Reemplazando en la ecuación (A.7) los vectores $\{R_A\}^V$ y $\{P_A\}$ dados por las ecuaciones (A.5) y (A.6) y despejando el vector $\{r_A\}^V$ se tiene:

$$\{r_A\}^V = - \left[[I] + [F_s] [K_A]^V \right]^{-1} [F_s] \{R_o\}^V \quad (\text{A.8})$$

en que $[I]$ es una matriz unidad y $[F_s] = [K_s]^{-1}$ corresponde a la matriz de flexibilidad del suelo.

Utilizando la ecuación (A.3) con $\{R_o\}$ que considere todas las reacciones en los apoyos (no sólo las verticales), con $[K_A]$ obtenida a partir de la ecuación (A.4b) y con $\{r_A\}$ que

incluya tanto los descensos verticales obtenidos a partir de la ecuación (A.8) como los giros y desplazamientos laterales (que son nulos) es posible obtener el vector de reacciones resultantes generalizadas en los apoyos. Con estas reacciones $\{R_A\}$ y las solicitaciones externas $\{R_I\}$ se obtienen finalmente los esfuerzos en todos los elementos de la estructura.

Debido a la no linealidad de la relación carga-deformación del suelo de apoyo considerado en el análisis, el cálculo debe efectuarse a través de un proceso iterativo:

1. Se generan las matrices $[K_A]$ y $[K_A]^V$ y los vectores $\{R_o\}$ y $\{R_o\}^V$.
2. Con las reacciones verticales $\{R_o\}^V$ obtenidas en el acápite anterior se calculan los asentamientos bajo cada zapata incluyendo el efecto de interacción a través del suelo.
3. Con los resultados obtenidos en el acápite anterior se genera la matriz $[F_s]$.
4. Se calculan los nuevos asentamientos verticales $\{r_A\}^V$ con la ecuación (A.8).
5. Con los asentamientos verticales determinados en el acápite anterior se calculan las nuevas reacciones verticales $\{R_A\}^V$ a través de la ecuación (A.5).
6. Se comparan las reacciones verticales calculadas en el acápite anterior con las reacciones iniciales. En caso de diferir apreciablemente se comienza una nueva iteración a partir del acápite (2) con las reacciones verticales obtenidas en el acápite (5). El proceso se repite hasta lograr la precisión deseada.
7. Se calculan las reacciones generalizadas resultantes con (A.3) y posteriormente los refuerzos en la estructura.

Solución de la estructura considerando resortes de giro

La metodología que a continuación se expone considera descensos verticales y giros en las fundaciones. Debido a la complejidad introducida en el problema por el comportamiento no lineal del suelo y por la interacción entre zapata a través de éste, la metodología propuesta sólo permite soluciones aproximadas:

1. Se resuelve la estructura considerando que no hay giros de fundación de acuerdo a la metodología expuesta en el capítulo anterior.
2. Con los asentamientos y las reacciones verticales $\{r_A\}^V$ y $\{R_A\}^V$ así obtenidos se determinan las constantes de balasto equivalentes para descensos verticales en cada zapata.

$$k^V = \frac{R_A^V}{r_A^V \Omega} \quad (\text{A.9})$$

en que k^V = constante de balasto equivalente para descensos verticales en la zapata considerada; $\{R_A\}^V$ = reacción vertical en la zapata; Ω = área de la zapata.

3. Con los valores k^V se calculan las constantes equivalentes de los resortes de desplazamiento vertical y de giro.
4. Se resuelve la estructura apoyada sobre los resortes equivalentes determinados en el acápite anterior; para esta situación se utiliza el programa de computación según lo expuesto en la Ref. (1), es decir, como si el suelo estuviese representado por resortes lineales.
5. Si se deseara obtener una mayor precisión se vuelve al acápite (2) utilizando las reacciones y asentamientos obtenidos en el acápite (4) hasta lograr la precisión deseada.