

COLAPSO DE ESTRUCTURAS ELASTOPLASTICAS

Raúl HUSID*

RESUMEN

Se estudia al efecto de la fuerza de la gravedad en la respuesta a temblores, de estructuras de un grado de libertad sometiénolas a la acción de varias excitaciones del tipo terremoto. El interés se centra en el tiempo necesario para que la fluencia se extienda hasta el colapso de la estructura y se concluye que sistemas elastoplásticos que son según el cálculo capaces de soportar terremotos cuando la gravedad se ignora pueden fallar si se la considera.

INTRODUCCION

La respuesta de edificios a temblores se estudia generalmente suponiendo que la estructura es capaz de resistir movimientos fuertes sin fallar. En la mayoría de los casos, esa hipótesis implica desplazamientos relativamente pequeños y por ello la influencia de la gravedad en la respuesta de la estructura puede despreciarse. Sin embargo, cuando el interés se centra en la posibilidad de falla por la acción de temblores, la fuerza de la gravedad adquiere mayor importancia, pues el peso pasa a ser la fuerza predominante cuando los desplazamientos se aproximan a valores capaces de producir colapso.

Cuando una estructura se diseña aceptando la posibilidad de fluencia durante un terremoto, esto admite que se produzcan deformaciones permanentes y también la falla del edificio. Por lo tanto es fundamental saber si la estructura que fluye se encuentra próxima al colapso. Esto hace obligatorio considerar la gravedad cuando se estudia la respuesta de estructuras.

Los primeros cálculos de la respuesta a temblor de una estructura elastoplástica de varios grados de libertad fueron realizados por G.V. Berg¹. La

*Profesor de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Chile, Investigador del Instituto de Investigaciones y Ensayos de Materiales de la U. de Chile (IDIEM).

Figura 1 se ha tomado de sus resultados y muestra una notoria deformación permanente desarrollada después de tan solo 10 segundos de excitación. Se hace notar que los resultados de Berg se obtuvieron despreciando el efecto de la gravedad. Estudios de otros autores muestran resultados similares^{2, 3, 4, 5}.

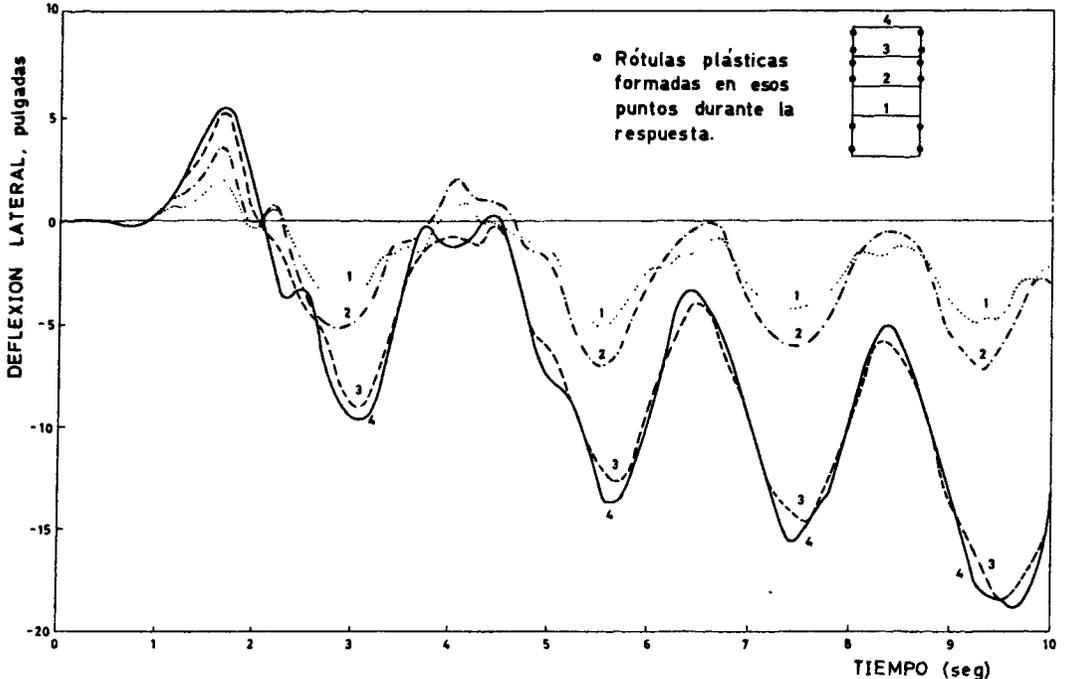


Fig. 1. Respuesta de una estructura elasto-plástica de 4 pisos. El Centro 1940 (N.S.)

Si la estructura permanece lineal, el efecto de la gravedad en la respuesta a terremotos es despreciable para todo fin práctico. Sin embargo, el efecto de la gravedad puede ser de primaria importancia para estructuras que permiten excursiones dentro de la zona plástica⁶. Si durante un terremoto violento, una estructura comienza a fluir y a inclinarse, tal como se muestra en Figura 1, es obvio que si la inclinación continúa aumentando, la estructura eventualmente fallará debido a la acción de la gravedad.

El primer análisis que considera la gravedad en la respuesta a temblor fue hecho por A.C. Ruge⁷, quien estudió con ayuda de modelos el efecto de la gravedad en las tensiones producidas en estructuras elásticas y estimó las variaciones en período y deformación de un poste vertical cargado con un peso en la punta.

L.S. Jacobsen⁸ consideró la gravedad cuando presentó una solución gráfica para la respuesta de una estructura no lineal a un pulso de desplazamiento de la base y obtuvo una apreciable deformación permanente. Estas dos referencias representan los únicos estudios donde la gravedad fue considerada explícitamente en el cómputo de la respuesta de estructuras que admiten fluencia.

ANALISIS GENERAL

Hasta ahora, el análisis de estructuras lineales⁷ sometidas a terremoto ha sido orientado hacia las amplitudes de vibración y no hacia el colapso del sistema.

Para facilitar la determinación de la respuesta se han usado generalmente modelos lineales amortiguados tal como el que se ve en Figura 2 para representar estructuras y se han analizado las respuestas de estas estructuras simples a excitaciones diferentes^{9, 10, 11, 12}.

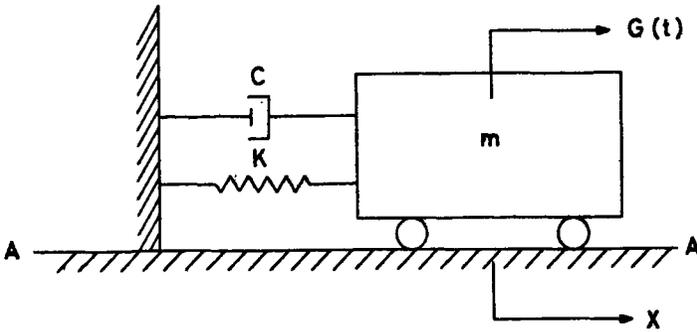


Fig. 2. Modelo lineal.

El modelo de la Figura 2 no es capaz de conciliar la teoría con el comportamiento observado de estructuras sometidas a terremotos violentos. Para representar mejor un edificio real, se introdujo en la década pasada una dependencia no lineal entre la fuerza de restitución y la deformación. Los modelos más comúnmente usados fueron el elastoplástico y el bilineal histérico, los cuales se presentan en la Figura 3.

Cuando un terremoto provoca grandes deformaciones en una estructura

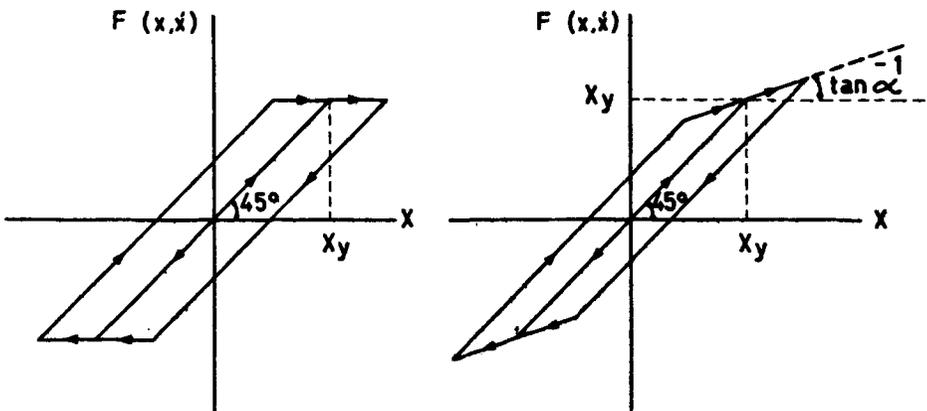


Fig. 3. Fuerzas de restitución no lineales.

dúctil, es posible que la estructura no vuelva a la posición vertical original cuando el temblor termina y con ello pueden aparecer deformaciones permanentes. Estos desplazamientos son atribuidos al carácter no lineal de la estructura y en la literatura se le llama "permanent set".

Es importante conocer la influencia que la gravedad tiene sobre el desarrollo de deformaciones permanentes, puesto que una estructura que fluye fallará si la deformación permanente alcanza valores cercanos al desplazamiento que produce colapso estáticamente. El representar las estructuras por modelos como el que se presenta en Figura 2 implica no tener en cuenta la fuerza de la gravedad.

En la Figura 4 se presenta un modelo de una estructura simple que considera el efecto de la gravedad. La viga se considera infinitamente rígida con una masa total $2m$. Las columnas también se consideran infinitamente rígidas, pero desprovistas de masa. Las conexiones entre columnas y vigas, y entre columnas y la fundación de la estructura se representan por resortes no lineales que trabajan a la torsión para generar momentos no lineales de restitución. Junto a los cuatro resortes iguales, se incluyen cuatro amortiguadores lineales viscosos iguales.

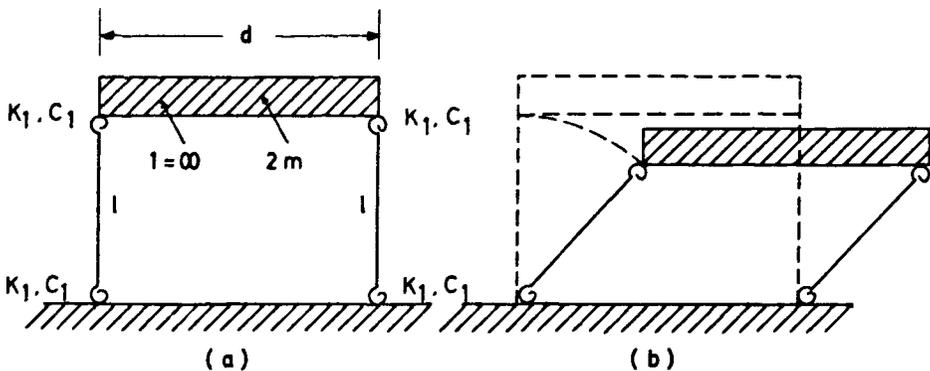


Fig. 4. Modelo de una estructura simple en el que se considera la gravedad.

Cuando la gravedad se desprecia, o sea, cuando la estructura se puede representar por la Figura 2, la masa $2m$ se mueve siguiendo una línea horizontal solamente. El agregar la gravedad reemplaza la trayectoria horizontal por una curva (se hace notar que se considera movimiento plano) y para el caso especial del modelo de la Figura 4, esta curva es un arco de circunferencia, como se puede apreciar en dicha Figura. En pocas palabras, la consideración de la gravedad se reduce a tomar en cuenta el cambio de altura de la masa de la estructura, lo cual modifica la ecuación del movimiento para el sistema en estudio. Se seleccionó una trayectoria circular para eliminar la complicada relación (trascendente) entre los movimientos horizontal y vertical de la masa

cuando se consideran las elásticas de las columnas. Afortunadamente, en la mayor parte de los casos prácticos las principales características de la trayectoria pueden aproximarse muy bien con un arco de círculo. La ecuación del movimiento para la estructura que se muestra en Figura 4 se dedujo¹³ con ayuda de los diagramas de Figura 5 obteniéndose:

$$\ddot{\phi} + \frac{2C_1}{ml^2} \dot{\phi} + \frac{K}{ml^2} F(\phi, \dot{\phi}) - \frac{g}{l} \sin \phi + \frac{\ddot{u}(t)}{l} \cos \phi = 0 \quad (1)$$

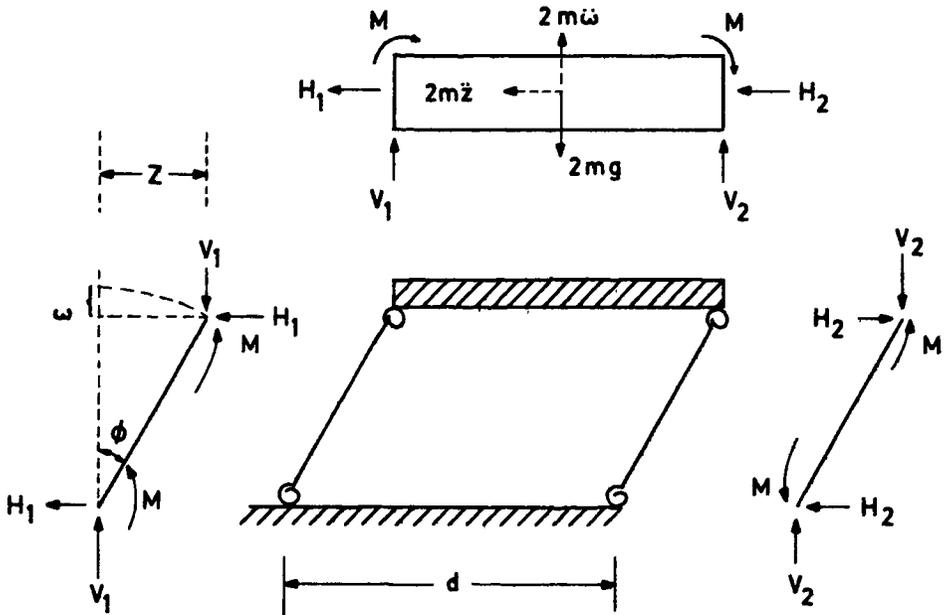


Fig. 5. Diagrama de cuerpo libre para el modelo elegido.

donde ϕ es el ángulo que las columnas forman con la vertical, l es la altura de la estructura, C_1 es la constante de los amortiguadores viscosos, $F(\phi, \dot{\phi})$ es un funcional del tipo descrito en Figura 4 y $\ddot{u}(t)$ representa la excitación a la cual se somete la base de la estructura.

Las condiciones iniciales supuestas para una excitación del tipo terremoto son:

$$\phi(0) = 0$$

$$\dot{\phi}(0) = 0$$

PARAMETROS IMPORTANTES

Comparando la relación (1) con la ecuación correspondiente para un sistema que sufre sólo pequeñas deformaciones, se pudo introducir el concepto de amortiguamiento crítico, C_c , en la misma forma en que se hace para las estructuras lineales.

Definiendo σ_y como la aceleración que producirá estáticamente fluencia en los cuatro resortes de la estructura en estudio y escribiendo la ecuación de equilibrio para fluencia se tiene:

$$2k_1 \phi_y \doteq mgl \phi_y + m \sigma_y \quad (2)$$

donde, ϕ_y es el nivel de fluencia para los resortes y $2k_1 = k$.

Transformaciones algebraicas de (2) permiten llevarla a la forma:

$$\phi_y = \lambda \frac{\sigma_y}{g} \quad (3)$$

donde

$$\lambda = \frac{g}{l \omega_0^2} \quad (4)$$

Reemplazando $\ddot{u} = \bar{u} \sigma(\tau)$ e introduciendo también la notación $C_1/C_{1c} = n$, $\omega_0 t = \tau$, se obtiene la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2 \phi}{d\tau^2} + 2n \frac{d\phi}{d\tau} + F(\phi, \phi) + \frac{g}{l \omega_0^2} \left\{ F(\phi, \phi) - \sin \phi + \frac{\bar{u}}{g} \sigma(\tau) \cos \phi \right\} = 0 \quad (5)$$

donde el efecto de la gravedad esta representado por el término $(\frac{-g}{l \omega_0^2} \sin \phi)$.

Se hace notar que $F(\phi, \phi)$ no está definida a menos que el nivel de fluencia ϕ_y sea dato.

La ecuación (5) es una forma adimensional conveniente de la ecuación del movimiento de la estructura estudiada en este trabajo. Valores típicos de los parámetros adimensionales seleccionados aparecen tabulados en otro trabajo del autor¹³.

Es posible determinar el ángulo para el cual ocurrirá la falla estática. El ángulo máximo para el cual la estructura es estáticamente estable es definido por:

$$k \phi_s = mgl \sin |\phi_s| \quad (6)$$

donde ϕ_s representa el ángulo de colapso estático. Después de hacer transformaciones algebraicas se sigue que

$$\sin |\phi_s| = \phi_y + \frac{\sigma_y}{g} \quad (7)$$

Para valores típicos de los parámetros, el segundo miembro de (7) es menor que la unidad y si ϕ_s es tal que $\sin \phi_s = \phi_s$, lo cual es generalmente cierto para estructuras reales, entonces

$$|\phi_s| \approx \phi_y + \frac{\sigma_y}{g} \quad (8)$$

El ángulo ϕ_s divide el rango estático de ϕ en porciones estable e inestable y se espera que indicará también el rango aproximado de movimientos estables e inestables en el caso dinámico.

SELECCION DE PARAMETROS Y COMPUTO DE LA RESPUESTA

Al efectuar un estudio sobre la respuesta de estructuras a terremotos, es necesario tratar de seleccionar un número limitado de casos que proveerán información adecuada acerca del fenómeno y al mismo tiempo cubrirán un rango de estructuras que se presentan en la práctica.

La Ecuación (5) muestra que los parámetros del problema incluyen la fracción del amortiguamiento crítico, la frecuencia o período de la estructura, el nivel de fluencia ϕ_y (implícito en $F(\phi, \dot{\phi})$), la altura l de la estructura y la intensidad y forma de la excitación tipo terremoto.

El primer problema que aparece es cómo caracterizar la excitación con un mínimo de parámetros, cuando el interés se centra en el tiempo transcurrido entre el comienzo del terremoto y el colapso estructural, si éste ocurre. Para los terremotos artificiales, generados por P.C. Jennings y que son muestras de un simple proceso estocástico, se puede mostrar que la aceleración (r. m. s.) es un parámetro adecuado para medir su severidad¹³. Además es claro que la duración del terremoto tiene un rol importante en el colapso de estructuras elasto-plásticas. En particular, una duración muy corta no deja claro cuál es la seguridad relativa de la estructura en función del tiempo. Idealmente, cada cálculo debería llevarse hasta el colapso, si éste ocurre, de modo que se pueda hacer una estimación de la cercanía al colapso al término de excitaciones más cortas. En California y estados vecinos, la fase fuerte de los terremotos registrados no ha excedido de 25 segundos¹⁶ y aun en un gran terremoto se espera que la duración de las partes violentas no excederán de un minuto. Por lo tanto, se eligió como duración básica para la excitación, o sea para los terremotos artificiales de Jennings, 60 segundos. Se dispuso de ocho acelerogramas de temblores artificiales de 30 segundos de duración cada uno, los cuales están reproducidos en tarjetas perforadas usando un intervalo $\Delta t = 0,025$ seg. Dos de los sismos artificiales se representan en las Figuras 6 y 7. Con los temblores artificiales se construyeron cuatro sismos de 60 segundos de duración lo que corresponde en buena forma a la duración de la fase fuerte esperada para sismos futuros de California y estados vecinos.

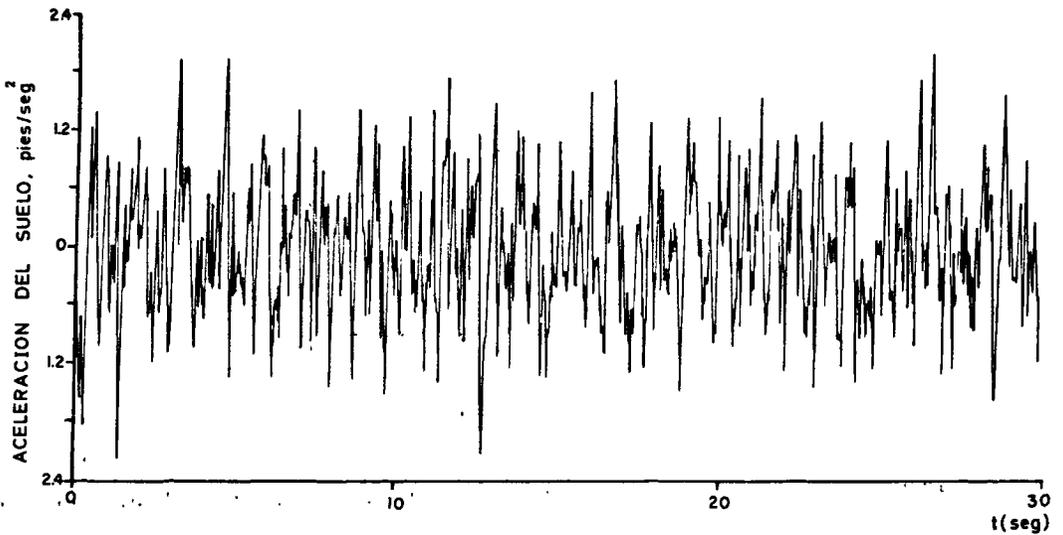


Fig. 6. Acelerograma para el terremoto artificial N° 2.

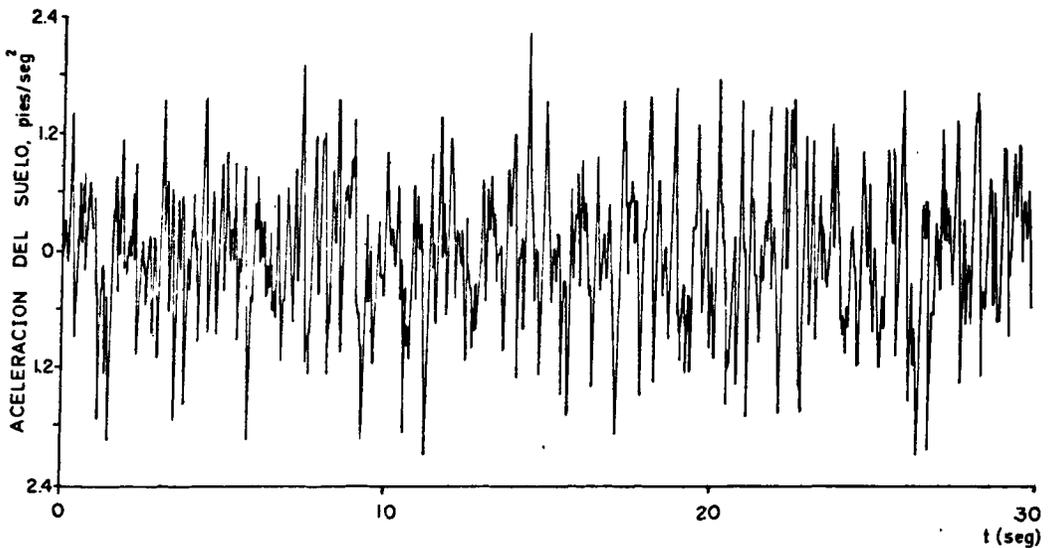


Fig. 7. Acelerograma para el terremoto artificial N° 3.

Una excepción a la duración considerada se encuentra en el terremoto de Alaska de 1964 para el cual la parte violenta fue estimada en $1\frac{1}{2}$ minutos y el total en unos 3 minutos.

Los cálculos de respuesta y colapso de estructuras elastoplásticas de un grado de libertad se hicieron en su mayoría para cuatro terremotos artificiales de 60 segundos de duración. Estos se construyeron uniendo en pares los ocho temblores de 30 segundos de duración. Estos pares se formaron arbitrariamente uniendo los terremotos artificiales 1 y 2, 3 y 4, 5 y 6, y 7 y 8.

En vista que este estudio se basa principalmente en la respuesta de estructuras a terremotos artificiales, es adecuado dar más información sobre

ellos.

Se calculó la aceleración (a.m.c.) para cada uno de los 8 terremotos artificiales en función del tiempo para ver con qué rapidez se alcanza un valor estacionario. Las figuras 8, 9 y 10 muestran la aceleración (a.m.c.) para tres terremotos artificiales en función del tiempo. Se ve que la "a.m.c." se aproxima a su valor estacionario rápidamente quedando dentro de $\pm 10\%$ al cabo de 5 segundos. En Referencia 13 se presentan todas las características de interés usadas en este trabajo, para los 8 terremotos artificiales. Por lo anterior se concluye que la aceleración (a.m.c.) es una medida adecuada de la severidad de los terremotos artificiales.

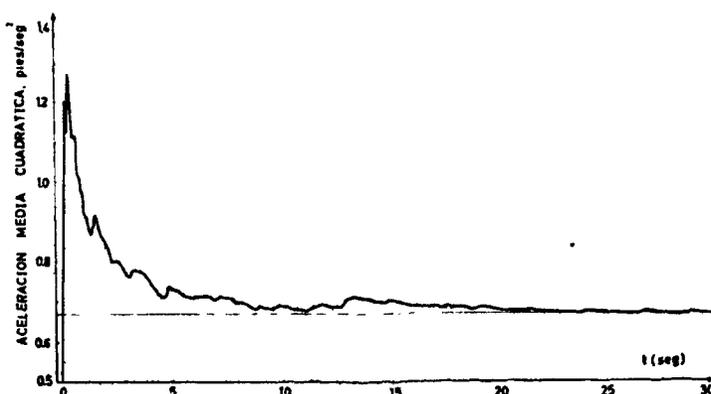


Fig. 8. Aceleración media cuadrática para el terremoto artificial N° 1.

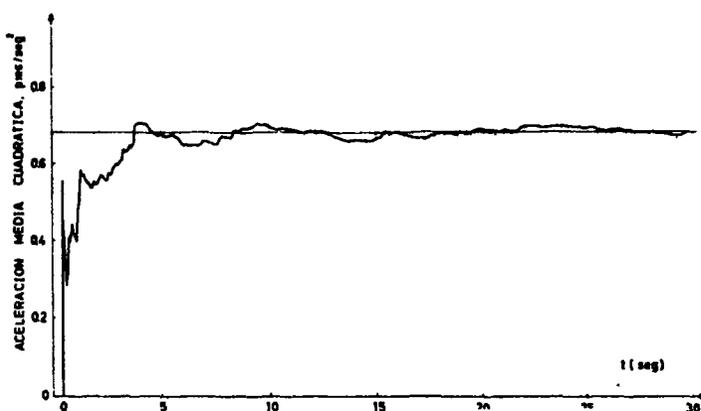


Fig. 9. Aceleración media cuadrática para el terremoto artificial N° 2.

La intensidad de los 8 terremotos artificiales se eligió para representar temblores cuyos espectros medios de velocidad con amortiguamiento corresponden estrechamente a los espectros estándares de Housner¹⁷. El espectro de velocidad para uno de los terremotos artificiales se muestra en Figura 11).

Una forma de variar la severidad de la excitación es definir un parámetro

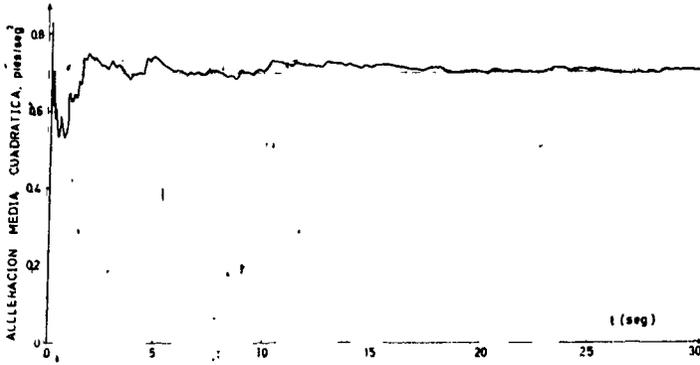


Fig. 10. Aceleración media cuadrática para el terremoto artificial Nº 8.

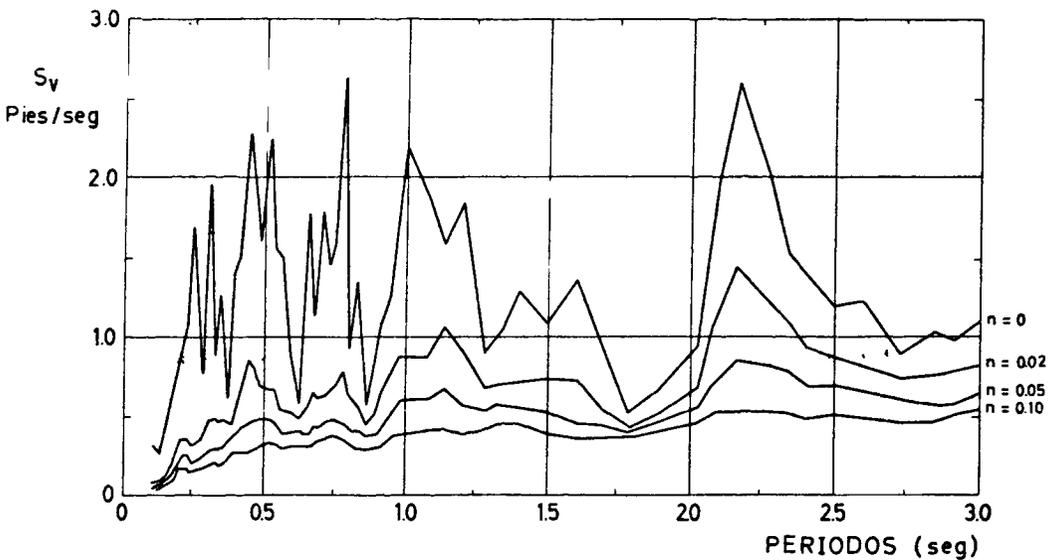


Fig. 11. Espectros de velocidad del terremoto artificial Nº 2.

E , una constante multiplicadora usada para producir pseudo-temblores de una intensidad deseada a partir de cualquier muestra del "ensemble".

Se seleccionaron cuatro valores diferentes del período para amplitudes pequeñas, $T = 0.5, 1.0, 1.5$ y 2.0 segundos.

Debido a limitaciones de tiempo y cómputo, la cantidad de amortiguamiento viscoso no se varía en este estudio y se fija en 2 por ciento del amortiguamiento crítico.

Cuando no se toma en cuenta la gravedad, la respuesta de una estructura elastoplástica no depende de la longitud de las columnas, l . Sin embargo, si el interés se centra en el colapso de la estructura, es evidente que l tendrá un rol importante en el colapso de la estructura considerada. Varios valores de l fueron usados para analizar su efecto en el tiempo necesario para que una

estructura elastoplástica dada, colapse. Los valores de l usados son $l = 5, 10, 15, 20, 25$ y 30 pies. Este rango se extiende bastante, bajo y sobre las alturas de pisos típicos en estructuras.

Resultó conveniente usar dos parámetros no independientes, ϕ_y y a_y/g para describir el nivel de fluencia de la estructura. El primero es el ángulo para el cual la estructura comienza a fluir. El segundo representa el nivel de fluencia lateral de la estructura y en este trabajo se usaron principalmente dos valores: $a_y/g = 0,05$ y $a_y/g = 0,10$. Un valor de $a_y = 0,05 g$ significa que una fuerza horizontal igual a 5 por ciento del peso de la estructura iniciará la fluencia. Definimos colapso dinámico de la estructura elastoplástica como el estado en que el ángulo que las columnas forman con la vertical excede ϕ_s , ángulo de colapso estático, y no vuelve a ser menor que ese ángulo nuevamente.

Los cálculos de respuesta y falla fueron realizados en el computador digital del California Institute of Technology, un IBM 7094, usando un método de Runge - Kutta de cuarto orden¹⁸.

La influencia de la gravedad en la respuesta de estructuras elastoplásticas de un grado de libertad puede mostrarse fácilmente con un ejemplo. De los cuatro terremotos artificiales disponibles se eligió la combinación de 3 y 4 para actuar sobre una estructura cuyas características se dan a continuación:

$$\begin{aligned} T &= 0,5 \text{ seg} \\ l &= 10 \text{ pies} \\ E &= 3,45 \\ \phi_y &= 0,00204 \text{ rad} \\ a_y &= 0,1 g \\ \phi_s &= 0,10204 \text{ rad} \end{aligned}$$

Eligiendo $E = 3,45$, la aceleración (a.m.c.) del terremoto artificial es $2,42 \text{ pies/seg}^2$, que representa un terremoto 20 por ciento más fuerte que el más severo registrado en EUA.

Un valor de $a_y = 0,1 g$ es realista y está dentro de la gama de valores considerados en diseño. Un período de medio segundo y una altura de 10 pies representan una estructura que es relativamente flexible pero no exageradamente.

Los valores de $\phi_y = 0,00204 \text{ rad}$ y $\phi_s = 0,10204 \text{ rad}$ implican que la estructura comenzará a fluir cuando la deformación de la parte superior es de $\frac{1}{4}$ de pulgada y fallará estáticamente cuando esa deformación alcance 12,2 pulgadas.

Se presentan los resultados de cuatro casos para que el significado de

los resultados sea claro:

- a) La estructura es lineal, o sea, ϕ_y se eligió muy grande y la gravedad se despreció.
- b) La estructura es lineal pero se considera la gravedad.
- c) La estructura es elastoplástica pero la gravedad se desprecia.
- d) La estructura es elastoplástica y el efecto de la gravedad se incluye.

Las respuestas para los cuatro casos mencionados en función del tiempo aparecen en las Figuras 12, 13, 14 y 15. La ordenada, en radianes, es el ángulo que las columnas forman con la vertical.

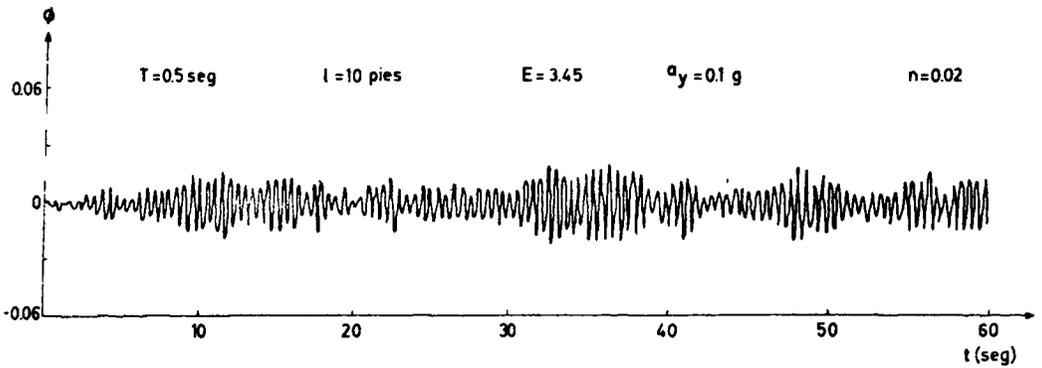


Fig. 12. Respuesta al terremoto artificial 3 + 4. Estructura lineal, sin gravedad.

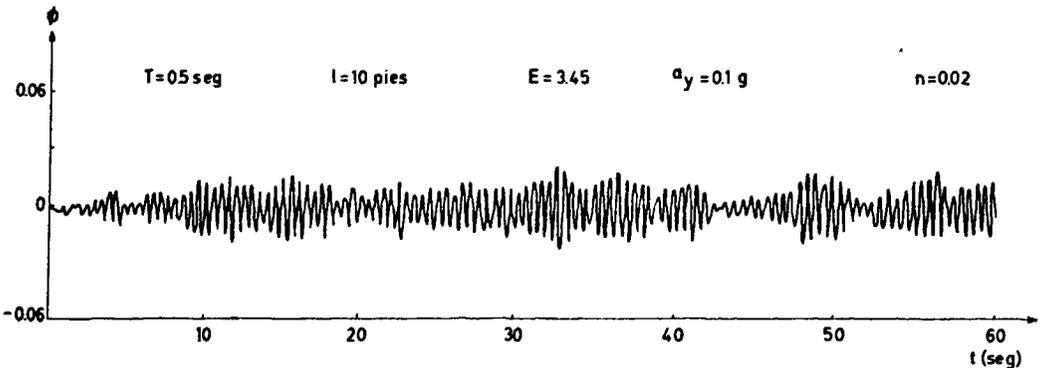


Fig. 13. Respuesta al terremoto artificial 3 + 4. Estructura lineal, con gravedad.

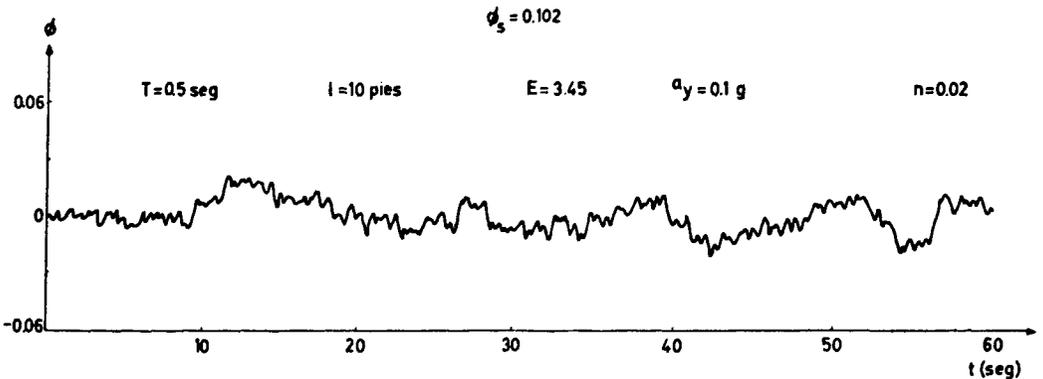


Fig. 14. Respuesta al terremoto artificial 3 + 4. Estructura elastoplástica, sin gravedad.

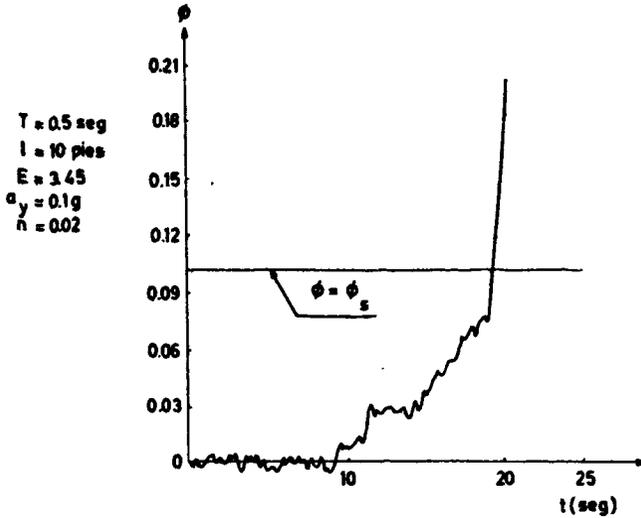


Fig. 15. Respuesta al terremoto artificial 3 + 4. Estructura elasto-plástica, con gravedad.

En las figuras anteriores se observa que el efecto de la gravedad sobre la respuesta en el caso lineal es despreciable. El mismo resultado se obtuvo para otras estructuras lineales y otras excitaciones. Para la estructura elasto-plástica con la gravedad no considerada (caso c), se obtuvo una desviación apreciable de la posición de equilibrio y al final de la excitación queda una deformación permanente.

En el caso de la estructura elasto-plástica con gravedad se obtuvo una respuesta totalmente diferente. Se observa que el efecto de la gravedad es aumentar significativamente el desarrollo de deformaciones permanentes sobre aquellas obtenidas cuando la gravedad no se considera.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Parece razonable esperar que una estructura con un alto nivel de fluencia sometida a un temblor violento fallará aproximadamente al mismo tiempo que una estructura con un nivel de fluencia menor sometida a un temblor proporcionalmente menos violento. Esto fue demostrado analíticamente y verificado numéricamente cuando los desplazamientos de la estructura son relativamente pequeños¹³.

Se concluye que para la mayoría de los casos de interés el tiempo de falla t_0 , o sea, el lapso transcurrido hasta el colapso de la estructura depende solo del cociente entre la intensidad del temblor y el nivel de fluencia de la estructura y no depende de los valores individuales de esos parámetros.

Basándose en los resultados obtenidos de la respuesta digital se hizo

un estudio de correlaciones^{13, 14, 15} para determinar si el período de la estructura es un parámetro significativo para la estimación del tiempo de falla. Se concluyó que la influencia del período sobre el tiempo de falla es menos importante que la dispersión estadística de los datos empleados.

Usando todos los datos que se utilizaron para el estudio de correlaciones fue posible obtener las regresiones correspondientes. Los resultados obtenidos indicaron la conveniencia de usar la fórmula dada a continuación para estimar el tiempo medio de falla, t_0 , para estructuras elastoplásticas:

$$t_0 = \frac{2000 l}{\theta^2} \quad (9)$$

donde l se mide en pies y $\theta = \frac{E}{\sigma_y / g}$

La ecuación (9) es válida para valores de l comprendidos entre 5 y 30 pies y para valores de θ comprendidos entre 20 y 70.

Los resultados obtenidos son aplicables a la respuesta de estructuras elastoplásticas sometidas a terremotos muy breves. Ejemplos de tales terremotos son el de Port Hueneme¹⁶ y el de Parkfield (27 de junio de 1966). Ambos tienen una parte violenta muy breve. El segundo de estos terremotos no produjo mayor daño a pesar de las grandes aceleraciones máximas registradas.

Un análisis basado en los resultados anteriores permitió examinar los efectos de la duración de la parte violenta del terremoto sobre el tiempo de falla de estructuras elastoplásticas. Se concluyó que se necesitaría un terremoto unas 5 veces más violento para producir colapso en un segundo, comparando con la intensidad que provocaría colapso en 25 segundos.

Aun cuando las estructuras reales no son elastoplásticas, el análisis anterior indica que la intensidad de la excitación necesaria para producir colapso es probablemente bastante mayor para terremotos de pequeña duración.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos demuestran que para estructuras elastoplásticas simples, el no considerar la gravedad conduce a deformaciones permanentes muy inferiores a las que realmente se producen. Grandes deformaciones permanentes originarían el colapso de la estructura.

Para períodos de 0,5 hasta 2,0 segundos, el período de la estructura no tuvo influencia significativa sobre el tiempo de falla, lo que podría deberse a la dispersión de los resultados.

La ecuación (9) permite analizar la posibilidad de colapso de estructuras elasto-plásticas sometidas a terremotos de muy corta duración tal como el terremoto de Parkfield del 27 de junio de 1966, que tuvo una fase violenta muy corta. Este terremoto no produjo mayor daño a pesar de las grandes aceleraciones registradas. De este estudio se concluye que la intensidad de la excitación necesaria para producir colapso es significativamente mayor para terremotos de corta duración e inversamente, que una excitación menor puede causar falla si la duración del terremoto es más larga.

AGRADECIMIENTO

Este trabajo se realizó en el California Institute of Technology y es parte de la investigación que el autor desarrolló para optar al grado de Doctor en Ingeniería.

Se agradece a los profesores G.W. Housner, D.E. Hudson y P. C. Jennings por sus valiosos consejos proporcionados durante el transcurso de esta investigación.

La Organización de Estados Americanos otorgó al autor una beca desde septiembre de 1963 hasta junio de 1965 que le permitió llevar a cabo parte de sus estudios en CALTECH.

REFERENCIAS

1. BERG, G.V. *Analysis of structural response to earthquake forces*, Ph. D. Thesis, University of Michigan, 1958.
2. BERG, G.V. and DA DEPPA, D.A., Dynamic analysis of elasto-plastic structures, *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, vol. 86, nº EM2, abril 1960.
3. PENZIEN, J., Elasto-plastic response of idealized multistory structures subjected to a strong motion earthquake, *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo and, Japan*, vol. II, 1960.
4. BERG, G.V., Response of multistory structures to earthquakes, *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, vol. 87, nº EM2, abril, 1961.
5. BYCROFT, G.N., Yield displacements in multistory aseismic design, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 50, nº 3, julio 1960.
6. ADAMS, P.F., and GALAMBOS, T.V., Discussion of comparison of static and dynamic hysteresis Curves, by Hanson, R.D., *Proceedings ASCE*, vol. 93, nº EM2, abril, 1967.
7. RUGE, A.C., The determination of earthquake stresses in elastic structures by means of models, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 24, nº 3, julio 1934.
8. JACOBSEN, L.S., Dynamic behaviour of simplified structures up to the point of collapse, *Proceedings of the Symposium on Earthquake and Blast Effects on Structures, Los Angeles, California, 1952*.
9. MARTEL, R.R., The effects of earthquakes on buildings with a flexible first story, *Bulletin of the*

- Seismological Society of America*, vol. 19, nº 3, septiembre 1929.
10. BIOT, M.A., Theory of vibration of buildings during earthquakes, *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol. 14, nº 4, 1934.
 11. BIOT, M.A., A mechanized analyzer for the prediction of earthquakes stresses, *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 31, nº 2, abril 1941.
 12. BIOT, M.A., Analytical and experimental methods in engineering seismology, *Transactions ASCE*, vol. 108, Paper nº 2183, 1943.
 13. HUSID, R., *Gravity effects on the earthquake response of yielding structures*, Ph. D. Thesis, California Institute of Technology, mayo 1967.
 14. CRAMER, H., *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1946.
 15. ARIAS, A., y HUSID, R., Fórmula empírica para el cálculo del período propio de vibración de edificios de hormigón armado con muros de rigidez, *Primeras Jornadas Argentinas de Ingeniería Antisísmica*, San Juan, Argentina, abril 1962.
 16. ALFORD, J. L., HOUSNER, G.W. and MÁRTEL, R.R., *Spectrum analysis of strong-motion earthquakes*. Pasadena. California Institute of Technology, Earthquake Research Laboratory, 1951.
 17. HOUSNER, G.W., Behavior of structures during earthquakes, *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, vol. 85, nº EM4, octubre 1959.
 18. TODD, J., Editor, *Survey of Numerical Analysis*. McGraw Hill Book Company, Inc., 1962. Capítulo 9.

COLLAPSE OF ELASTO-PLASTIC STRUCTURES

SUMMARY:

The effect of gravity on the earthquake response of one degree of freedom yielding structures is studied by subjecting them to earthquake-like excitation. Interest is centered on the time required for yielding to progress to the point of collapse. The results obtained through calculations show that elasto-plastic systems, which resist an earthquake when gravity is ignored, may fail if gravity is considered.