# HISTORIA
DE
# LAS MATEMÁTICAS

POR

CARLOS WARGNY

## TERCER PERIODO

### Las matemáticas modernas

La historia de las matemáticas modernas comienza con el invento de la Jeometría Analítica de Descartes i del Cálculo Infinitesimal de Newton. Los siglos XVII i XVIII se caracterizan ademas por el desarrollo del Análisis i sus aplicaciones á los fenómenos naturales.

En el capítulo XV (años 1635 1675) se dan a conocer los descubrimientos de Descartes, Cavalieri, Pascal, Wallis Fermat i Huyghens.

El capítulo XVI está consagrado a las investigaciones de Newton; el XVII contiene los trabajos de Leibniz, de los Bernouilli, hasta Mac Laurin; el XVIII, los de Euler, Lagrange, Laplace i demas contemporáneos; i por último, en el capítulo XIX se encuentra la obra tan variada de los matemáticos posteriores hasta nuestros dias.

# CAPITULO XIV

## LAS MATEMÁTICAS MODERNAS

No obstante de que algunos historiadores han dividido la Historia de las Matemáticas en períodos diferentes de los de nuestra obra, creemos que las matemáticas modernas comienzan con los trabajos de Descartes i Newton, porque la Jeometría Analítica i el Cálculo Infinitesimal, a la vez de ser medios poderosos de investigacion, estendieron considerablemente el campo de las matemáticas de los antiguos i abrieron nuevos i desconocidos horizontes a la especulacion científica. Esta verdadera revolucion que se produjo casi sin obstáculos en la ciencia conocida hasta entonces, fué el punto de partida de una actividad incesante i acarreó, como consecuencia natural, un desenvolvimiento considerable en sus diversas ramas. A pesar de la enorme estension que adquirieron los conocimientos humanos i su variada materia, la labor del historiador se simplifica, por cuanto la vida de los matemáticos modernos es mejor conocida i sus obras estan al alcance de todos.

El órden cronolójico de las múltiples conquistas que hicieron los sabios de este nuevo período, se impone al autor que quiera conservar la unidad en la historia; mas, arrastrados por el interes que despierta la vida de cada uno de los que han contribuido, con el estudio de la ciencia, al floreciente progreso i bienestar de que en la actualidad disfrutamos, en nuestro sentir es mas humano describir la vida i la obra de los matemáticos, siguiendo el desarrollo que alcanzaron sus nuevas ideas. En la parte que nos queda por tratar, distinguimos cinco fases diferentes.

I. *Creacion de la Jeometría Analítica.*—Descartes publica, en 1637, su *Jeometría;* i Cavalieri introduce el método de los indivisibles que permite determinar, por medio de sumas, el área, volumen i baricentro de las superficies i cuerpos, abriendo de esta manera el camino para el Cálculo Integral La creacion de Descartes constituye un método incomparablemente mas poderoso que la jeometría de los antiguos; la cual es una admirable enseñanza intelectual i proporciona desmostraciones elegantes, pero exije un procedimiento especial para cada problema que se ha de resolver.

La Jeometría Analítica establece reglas sencillas, con las que se construye una proposicion jeométrica i se reconoce si es cierta o absurda.

II. *Invencion del Cálculo Infinitesimal.*—Esta ciencia se funda en la variabilidad de las cantidades, que ya no son fijas, como en las matemáticas elementales, sino susceptibles de adquirir todos los valores posibles; con lo cual se dá un nuevo paso hacia la naturaleza, sometida como está a las leyes de una constante mutabilidad. En la relacion tan sencilla $ax+b=o$, se sabe que se tiene un solo valor, $x=-b:a$; pero si ponemos $ax+b=y$, vemos que $x$ puede tomar un número infinito de valores, por grados insensibles o crecimientos; en consecuencia, al variar $x$, $y$ tambien varía.

El Cálculo Diferencial dá a conocer la razon de tales crecimientos; i el Cálculo Integral sirve para volver de esta razon de crecimientos a la funcion primitiva

Para calcular las funciones transcendentes, tales como sen x, $a^x$, log x, hai que saber descomponerlas en una suma de términos o en una serie; i esta trasformacion se hace sin ninguna dificultad mediante el Cálculo.

La teoría de las tanjentes, de los máximos i mínimos; la rectificacion i cuadratura de las curvas, la cubatura de los sólidos, los centros de gravedad i un sin número de problemas, hasta entónces de una resolucion en estremo difícil, se reducen a cuestiones que se someten a las reglas sencillísimas i jenerales de este nuevo cálculo. La teoría de las ecuaciones diferenciales, el cálculo de las variaciones i de las variaciones finitas, no son mas que ampliaciones de los principios de esta ciencia. La Jeometría Analítica i el Cálculo Diferencial fueron los principales instrumentos de los ulteriores progresos matemáticos. Conocida la ecuacion de la curva, $y = f(x)$, o del problema que se ha de resolver, basta ponerlo bajo las reglas del Análisis para obtener, mediante operaciones sencillas, el resultado pedido.

III. *Creacion de la Dinámica.*—Siguiendo el camino de Galileo, Huyghens espone los principios de esta parte de la Mecánica, i Newton reune todos estos trabajos i forma con ellos una ciencia exacta. Aplica sus principios a los fenómenos terrestres i celestes, estendiendo de este modo el dominio de la ciencia a todo el universo. Está averiguado que Newton empleó el nuevo cálculo para llegar a sus inmortales conclusiones; empero, no hizo uso de él en sus escritos, pues nadie lo habria comprendido, sino que emplea el método jeométrico de los antiguos.

IV. *Creacion de la Física Matemática.*—Despues de los trabajos de Huyghens i Newton sobre la mecánica, se aplicó el cálculo infinitesimal a la Fisica, habiendo dado el ejemplo primeramente estos dos sabios con sus estudios de óptica. Sin embargo, hai que llegar hasta el siglo XIX para que esta ciencia tome un vuelo inmenso.

El progreso que debe alcanzar esta ciencia es el de unificar los fenómenos que estudia, haciéndolos depender de una causa única, así como Newton redujo a la hipotésis de la gravitacion universal todos los fenómenos astronómicos. La relacion que puede existir entre la luz, el calor, la elasticidad, la electricidad i el magnetismo, parece depender de la física molecular, que, a su vez, depende de la constitucion de la materia; i ha de encontrarse, por último, la esplicacion definitiva i satisfactoria en las profundidades de la química-física.

*V.—Ultimos progresos de las Matemáticas.*—Comprende esta última faz de nuestra historia, los enormes progresos a que han llegado las matemáticas puras, como la jeometría superior, la aritmética superior o teoría de los números, el áljebra superior i teoría de las formas, de las ecuaciones i de las funciones.

# CAPÍTULO XV.

## DESCARTES

## (1635-1675)

En este período de cuarenta años, sobresalieron Descartes, Cavalieri, Pascal, Wallis, Fermat i Huyghens, todos profundos conocedores de la obras de Kepler, Desargues i Galileo, quienes se pueden considerar, por la influencia que ejercieron, los intermediarios del Renacimiento i de los tiempos modernos.

---

Renato *Descartes* (René Des Cartes) nació en La Haye, Turena, cerca de Tours i Poitiers, el 31 de Marzo de 1596 i murió en Estocolmo el 11 de Febrero de 1650. Su padre perteneció a la aristocracia de la toga i fué consejero del Parlamento de Bretaña.

Renato heredó de su madre una tos seca i una debilidad que le impidió iniciar sus estudios hasta los ocho años, edad en que ingresó al colejio de jesuitas de la Fleche (1604).

Aquí trabó relaciones con Mersenne, su mejor amigo durante toda su vida.

Descartes elojia la disciplina del establecimiento relijioso i la instruccion que en él se daba. A causa de su delicada salud, se le permitia quedarse en cama hasta tarde del dia, costumbre que conservó siempre. Años despues confesó a Pascal que solo así podia producir un buen trabajo matemático i conservar su salud. A su salida del colejio, en 1612, cultivó la amistad de Mydorge i Mersenne; durante los años 1615 i 1616 se dedicó al estudio de las ciencias exactas, i al año siguiente, formó parte del ejército de Mauricio de Nassau, príncipe de Orange. A su paso por Breda resolvió un problema de jeometría que, en forma de desafio, apareció publicado en los muros de la ciudad, trabando, en esta circunstancia, relaciones con Beeckman, director del colejio de Dort. Este pequeño triunfo despertó en Descartes sus deseos de profundizar las ciencias exactas; mas, a instancias de su familia, permaneció de soldado; i, en los comienzos de la guerra de treinta años, entró, bajo las órdenes del conde de Bucquoy, en el ejército de Baviera. El 10 de Noviembre de 1619 tuvo en Neuberg un sueño que lo decidió a consagrarse enteramente al estudio de la filosofía i de las matemáticas. Retiróse del ejército en la primavera de 1621; i durante cinco años, à la vez que hacía numerosos viajes, profundizaba las matemáticas puras. En 1626, se encuentra en Paris; en 1628, el cardenal de Berule, despues de una conversacion que mantuvo con nuestro filósofo, quedó tan impresionado de su clara intelijencia, que le declaró que era de su deber dedicarse por completo a la investigacion de la verdad. Para sustraerse a los importunos, se trasladó a Holanda, donde residió veinte años, consagrando su vida a la metafísica i a las ciencias exactas.

La ciencia, dice él, se puede comparar con un árbol que tiene por raices la metafísica, por tronco la física i cuyos tres ramas principales son la mecánica, la medicina i la moral, que constituyen las tres aplicaciones de nuestros conocimientos, al mundo esterior, al cuerpo humano i a la conducta en la vida.

De 1629 a 1633 escribió *El Mundo*, ensayo de la teoría física del Universo, que no dió a la estampa por temor a la crítica i a las persecusiones relijiosas. En 1637 publicó en Leyden el *Discurso del Método* junto con la *Dióptrica*, los *Meteoros* i la *Jeometría*.

En esta última obra se encuentra el oríjen de la Jeometría Analítica. En 1641 dió a luz *Las Meditaciones*, i a los tres años siguientes, *Los Principios de la Filosofía* aplicados a la física i a su teoría de los torbellinos. En 1647 recibió del rei de Francia una pension; i en 1649 fué llamado a Suecia por la reina Cristina, i pocos meses despues murió de una inflamacion de los pulmones.

Descartes era de baja estatura, cabeza mui desarrollada, frente saliente, nariz grande, cabellera negra i abundante i su voz era débil. Era frio por naturaleza, i algunos lo han tachado de egoista. Respecto de la estension de sus estudios, no era un erudito; i despreciaba todo conocimiento que no tuviera utilidad práctica. Jamas contrajo matrimonio, i no dejó ningun descendiente: una hija natural que tuvo, murió jóven.

Como fundador del cartesianismo, Descartes ocupa un lugar prominente en la filosofía i su historia. Sin entrar en este terreno, diremos, sin embargo, que es considerado como el primer filósofo moderno, en el sentido de que trató de buscar las relaciones que ligan al hombre con la naturaleza.

La base mas sólida de su reputacion es su obra de jeometría. Muchos creen que la mejora realizada por Descartes se reduce a una simple aplicacion del áljebra a la jeometría; mas, los que tal opinan olvidan que este rama de las matemáticas era conocida desde los tiempos de Arquímedes. La verdadera obra de Descartes consiste en considerar las curvas compuestas de puntos consecutivos i en que sus propiedades se pueden estudiar en una ecuacion que esprese la posicion de dichos puntos.

Para llegar a este fin, crea las coordenadas rectangulares o cartesianas, es decir, fija la posicion de un punto buscando la relacion que hai entre una abscisa cualquiera $x$ i la ordenada correspondiente $y$, espresando esta relacion por una ecuacion de la forma $y=f(x)$.

Partiendo de este principio tan fecundo, se encuentra que las coordenadas de los puntos de la línea recta forman triángulos semejantes i que la razon $\frac{y-b}{x}$ es constante; que la distancia del centro a la circunferencia es constante i es la hipotenusa del triángulo rectángulo cuyos catetos son las coordenadas: $r^2=x^2+y^2$; que los puntos de la parabola equidistan del foco i de la directriz: $y^2 = 2px$; etc Encontró, ademas, que las curvas del espacio tienen por espresion una funcion con tres variables, $f(x, y, z)=0$; que toda funcion $y=f(x)$ representa un lugar i recíprocamente. La dificultad de este gran principio estriba en traducir en lenguaje analítico la propiedad principal del lugar: encontrado ésto, el áljebra da a conocer todas sus demas propiedades. Aunque el principio cartesiano fué vislumbrado por sus predecesores, es imposible negar que a Descartes le corresponde toda la gloria de haberlo planteado en una forma tan clara como evidente. Tambien encontró que las raices de las ecuaciones $f(x, y)=o$, $F(x,y)=o$ son las coordenadas de la interseccion de las curvas que representan.

La *Jeometría* de Descartes comprende tres libros: en los dos primeros se espone la jeometría analítica i en el tercero se examina el áljebra entónces conocida.

Inventó Descartes su ciencia al tratar de resolver el siguiente problema de la *Synagogue* de Pappo: Determinar el lugar de los puntos tales que el producto de las perpendiculares bajadas sobre *m* líneas rectas estén en razon constante con el producto de las perpendiculares bajadas sobre *n* rectas. Los antiguos resolvieron los casos $m=1$, $n=1$ i $m=1$, $n=2$. Pappo habia constatado que, cuando $m=n=2$, el lugar era una cónica. Descartes demostró que la curva era de 2.º grado i Newton dió una elegante solucion jeométrica del problema.

En el segundo libro de su Jeometría, el insigne autor divide las curvas en jeométricas i mecánicas: las primeras provienen de las intersecciones de dos rectas que se mueven paralelamente a los ejes con velocidad conmensurable, esto es, la razon de $dy : dx$ es aljebraica; en los segundos, la velocidad es inconmensurable o, en otros términos, la derivada es transcendente. Las cónicas i la cisoide pertenecen a las primeras; las cicloides i la cuadratriz, a las segundas.

La clasificacion de las curvas en aljebraicas i transcendentes pertenece a Newton.

Descartes estudió al mismo tiempo las tanjentes de las curvas. En su tiempo la tanjente en un punto era una recta tal que no pudiera trazarse otra recta entre ella i la curva. Descartes modificó este concepto primitivo diciendo que la tanjente es una secante jiratoria cuyos puntos de interseccion terminan por confundirse. Adoptaron esta nueva definicion Fermat, Mac Laurin i Lagrange; Barrow, Newton, i Leibniz consideraban las curvas como polígonos de lados infinitamente pequeños, i la prolongacion de uno de estos lados era la tanjente de la curva. Para Roberval la tanjente era la direccion, en un instante dado, del movimiento de un punto que describe la curva. Esta diferencia, que es puramente formal, en las definiciones de la tanjente suscitó entre los matemáticos una animada controversia. Descartes aplicó sus ideas al estudio de las cicloides i dio una regla para trazar los tanjentes i normales, procediendo como se indica: Determinaba el centro i radio de un círculo secante a la curva en dos puntos consecutivos; la tanjente al círculo es tanjente a la curva cuando los dos puntos se confunden. De este modo procedemos hoi dia; se conoce la ecuacion de la recta que pasa por el punto (x', y'),

$$y-y' = a\,(x-x'),$$

se diferencia la ecuacion de la curva $y=f\,(x)$ i se obtiene

$$y-y'=\frac{dy}{dx}\,(x-x'),$$

como ecuacion jeneral de la tanjente de cualquiera curva. Descartes aplicó este método sólo a las curvas simétricas respecto de un eje.

La obra de Descartes no era de una lectura corriente para sus contemporáneos; pero la edicion latina de F. de Beaune con esplicaciones i la de F. van Schooten con comentarios (1659) tuvieron grande éxito. En el tercer libro de su Jeometría, Descartes trata del Aljebra e introduce el uso de las primeras letras del alfabeto para denotar las cantidades conocidas i las últimas para las incógnitas. Introduce ademas el uso de los índices o esponentes, empleados ántes por otros autores.

No se sabe si Descartes conocia que las letras pueden representar cualquiera cantidad. Como Stífel i Harriot, reunia en el primer miembro todos los términos de una ecuacion; dió el significado de los signos i los empleó constantemente; encontró la regla que lleva su nombre, relativa al número de raices positivas i negativas de una ecuacion; se valió del método de los coeficientes indeterminados para resolver las ecuaciones; creyó, sin embargo, que poseia un método para resolver lás ecuaciones de todos los grados, en lo que padecia un error; tambien enunció el teorema, atribuido a Euler, que relaciona el número de caras, vértices i ángulos de un poliedro.

En su *Optica* trata especialmente de sentar la lei de la refraccion, inspirándose en los trabajos anteriores de Snelio; estudia la forma mas adecuada que pueden tener las lentes de un telescopio; pero no se preocupó de conocer la naturaleza de la luz; de modo que se ignora si aceptaba la teoría de la emision, imajinada por los griegos i sustentada mas tarde por Newton.

En los *Meteoros* esplica diferentes fenómenos atmosféricos, particularmente el arco iris. Su esplicacion es incompleta, porque ignoraba que el índice de refraccion varia con el color de la luz.

Sus *Principios de Filosofía* se basan en consideraciones metafísicas; comienza por discutir la naturaleza del movimiento i enuncia diez leyes naturales, de las cuales las dos primeras son casi idénticas a las dos primeras leyes del movimiento que dió Newton despues; las ocho restantes son inexactas. En seguida, examina la naturaleza de la materia que considera de especie única, aunque afecte tres estados diferentes. Supone que la propiedad esencial de la materia del universo es la movilidad i que su movimiento se descompone en torbellinos. Segun esto, el sol es el centro de un inmenso torbellino que arrastra a los planetas, centros, a su vez, de otros torbellinos en que flotan los satélites i que modifican la densidad de la materia, transformando las trayectorias circulares en elípticas. Newton, en el Libro II de sus *Principios*, demuestra que esta teoría es incompatible con las leyes de Kepler i que está en contradiccion con los principios de la mecánica i las mismas leyes enunciadas por Descartes. El mérito de estas ideas, no obstante sus imperfecciones, consiste en que son la primera tentativa que se hizo para esplicar los fenómenos de todo el universo por las leyes mecánicas.

Buenaventura *Cavalieri* (1598 1647) nació en Milan, se incorporó a la órden de los jesuitas, i cuando cumplió 30 años fué nombrado profesor de matemáticas de la Universidad de Bolonia, puesto que desempeñó hasta su muerte. Fué uno de los matemáticos mas distinguidos de su época; ayudó a vulgarizar el uso de los logaritmos i espresó el área del triángulo esférico en funcion del exceso esférico. Su gran reputacion descansa sobre su invencion de los indivisibles.

El principio de los indivisibles, que reemplazó el método de exhaucion de los antiguos, i sirvió de introduccion al método de integracion, habia sido introducido por Kepler en 1604, pero en forma mui rudimentaria. En 1625, Cavalieri admitia que una línea se compone de un número infinito de puntos, cada uno sin dimension; que las superficies se componen de un número infinito de líneas sin grueso i que los volúmenes están compuestos de superficies en número infinito i sin espesor. Objetadas por Guldin i demas contemporáneos, refundió sus ideas i en 1647 publicó la obra *Exercitatione Geométrica*, en cuyo tercer libro está presentada la teoría en la forma que aceptaron los matemáticos del siglo XVII.

El método de los indivisibles reposa en la hipótesis de que toda magnitud es divisible en un número infinito de partes que pueden ser escojidas de modo que guarden entre sí una razon dada. Cada una de estas partes es un *indivisible.*

Para encontrar, por ejemplo, el área de un triángulo rectángulo descansando sobre un cateto, se supone la base compuesta de $n$ indivisibies i la altura de $n\,a$ indivisibles; trazando ordenadas por cada una de estas partes, tendremos que el triángulo encierra el siguente número de partes:

$$a + 2\,a + 3\,a + \dots\dots + n\,a,$$

cuya suma es

$$S = \frac{1}{2}\,n\,(2\,a + \overline{n - 1}\,a) = \frac{1}{2}\,a\,(n + n^2);$$

pero como $n$ es mui grande, podemos despreciar su valor, comparado con el de $n^2$, i queda

$$\text{Area} = \frac{1}{2}\,a\,n^2 = \frac{1}{2}\,n.\,a\,n,$$

esto es, el área de un triángulo es igual al semi-producto de la base $n$ por la altura $a\,n$.

Para la cuadratura de la parábola $y^2 - 2\,p\,x$, compara el área A encerrada por la curva, el eje de las $y$ i una paralela al otro eje con el área A 1, del rectángulo correspondiente. Divide la tanjente por el vértice en $n$ partes iguales i toma $r$ de estas partes; tendremos que

$$\frac{x_1}{x} = \frac{y_1^2}{y_2^2} = \frac{r^3}{n^3},$$

segun una propiedad conocida de esta curva.

Pero siendo $d\,y$ un indivisible, tendremos ademas,

$$\frac{d\,y}{y} = \frac{1}{n} \therefore \frac{y,^2\,d\,y}{y\,3} = \frac{r.^2}{n\,3}.$$

Se suma ahora, como se hizo en el triángulo,

$$A = 1 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + (n-1)^2;$$

luego,

$$\frac{A}{A,} = \frac{1 + 2^2 + \ldots + (n-1)^2}{n^3} \frac{n(n-1)(2n-1)}{6n^3},$$

que tiene por límite

$$\frac{A}{A\,1,} = \frac{1}{3},$$

Estos dos ejemplos, presentados en una forma mui discutible, los hemos dado solo para constatar que es el primer paso hácia la creacion del cálculo diferencial. Cavalieri i sus sucesores emplearon este método sin considerar una área dada como el contenido de cierto número de unidades de área.

Parece que Walis fue el primero que comparó una cantidad con una unidad de la misma especie.

El autor de los indivisibles probó ademas que si m es entero i positivo, el límite de

$$\frac{1^m + 2^m + \ldots\ldots + n^m}{n^{m+1}} \text{ es } \frac{1}{m+1}$$

cuando m es infinito, la que equivale a resolver la integral

$$\int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1}$$

entre los límites 0 i 1.

Blas *Pascal* (1623-1662) nació en Clermont Ferrand, antigua capital de la Auvernia. Su padre, Esteban Pascal, que gozaba de cierta reputacion de hombre de ciencia, se estableció en Paris con el propósito de dotar de una instruccion acabada a su hijo, cuya precoz intelijencia prometia un gran porvenir.

Su primer estudio fue el de los idiomas; mas, a los doce años, el niño escitado por la curiosidad, pues se le habia prohibido el aprendizaje de las matemáticas, preguntó un dia de qué trataba la jeometría. Su padre le dijo que era la ciencia que enseña a hacer exactas las figuras i a buscar las redacciones de sus diversos elementos. Estimulado por la prohibicion que se le habia hecho, Pascal dedicó sus horas de juegos infantiles a trazar figuras i en pocas semanas logró descubrir, sin ayuda de nadie, varias propièdades de la jeometria plana, entre las cuales encontró que la suma de los tres ángulos de un triángulo vale 180°. Admirado su padre de esta prueba tan sobresaliente de su talento natural, le dió un ejemplar de los *Elementos* de Eudides, libro que Pascal leyó con avidez i que mui pronto poseyó a fondo.

A la edad de catorce años fué admitido a las reuniones que celebraban semanalmente Roberval, Mersenne, Mydorge i otros jeométricos franceses. Estas reuniones dieron oríjen a la organizacion de la futura Academia de Ciencias de Francia, que se establecio en 1666.

A los diecjseis años Pascal compuso un ensayo sobre las cónicas i a los dieciocho, en 1641, construyó la primera máquina de cálculo conocida, que perfeccionó ocho años despues. Ocupábase entonces en cuestiones de Análisis i de Física. Reprodujo el esperimento del tubo de Torricelli i constató sus variaciones relacionadas con las diferentes altitudes que tomó en el cerro de Puy de Dome. En 1650, abandonó súbitamente sus investigaciones científicas para consagrarse a una vida mística i compuso sus *Pensamientos* en que «contempla la grandeza del hombre i sus miserias». Obligado a administrar los bienes de su familia desde 1650, volvió a sus primeros trabajos i practicó diferentes esperimentos sobre las presiones de los gases i los líquidos; imajinó el triángulo aritmético, i con Fermat creó el cálculo de probabilidades. A causa de un accidente que sufrió el coche que lo conducia en un viaje, volvio de nuevo a su vida mística i se retiró a Port Royal, donde vivió hasta su muerte.

Era de constitucion débil, i el exceso del estudio le produjo un insommio constante i una dispepsia aguda que precipitó su lamentado i prematuro fin. Las *Cartas Provinciales* i sus *Pensamientos* son el monumento mas acabado de la literatura francesa. En su retiro de Port Royal compuso un solo escrito, que versa sobre la cicloide o ruleta.

En su primer ensayo sobre la jeometría de las conicas, se leé la notable proposicion conocida con el nombre de *hexágono de Pascal*, cuyo enunciado es así: si un hexágono está inscrito en una cónica, los puntos de interseccion de los lados opuestos son colineales. La segunda proposicion de mérito que encierran sus pájinas es de Descargues i se refiere al cuadrilátero inscrito en una cónica, cuyos lados cortados por una transversal en A, B, C, D i la cónica en P i Q, dan la relacion

$$\frac{PA.\ PC}{PB.\ PD} = \frac{QA.\ QC}{QB.\ QD.}$$

En 1653, dio a conocer el triángulo aritmético que se puede formar como se hace en seguida:

Un número cualquiera de este cuadro, 56 por ejemplo, se obtiene sumando todos los números que están encima i a la izquierda de la línea inmediata superior:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | .... |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | .... |
| 1 | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | .... |
| 1 | 4 | 10 | 20 | 35 | 56 | .... |
| 1 | 5 | 15 | 35 | 70 | 126 | .... |
| 1 | 6 | 21 | 56 | 126 | 252 | ... |
| .... | | .... | .... | .... | | |

$$56 = 1 + 5 + 15 + 35$$

o $$56 = 1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21$$

Los números de este cuadro se llaman *números figurados*; la primera línea contiene los figurados de primer órden; la segunda, los de segundo órden o naturales, etc.

Se encuentra que el m.$^{mo}$ número de la n.$^{ma}$ línea es

$$\frac{(m + n - 2)!}{(m - 1)!\,(n - 1)!}$$

Por ejemplo, si $m = 5$ i $n = 6$, tendremos

$$\frac{(5 + 6 - 2)}{(5 - 1)!\,(6 - 1)!} = \frac{9!}{4!\,5!} = \frac{9.8.7.6\,5!}{4!\,5!} = 126$$

Obtiénese el triángulo aritmético de Pascal trazando una recta oblícua, de izquierda a derecha, como lo indica la fi gura. Los números que quedan encima de esta línea son los coeficientes del desarrollo del binomio de Newton:

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5.$$

Pascal empleó dicho triángulo para calcular el número de combinaciones de n objetos agrupados de a m:

$$nCm = \frac{nPm}{m!}$$

encontró que este número salia de la fórmula

$$\frac{(n+1)\ (n+2)\ \ldots .\ m}{(n-m)!}.$$

En la correspondencia que mantuvo con Fermat, en 1654, están consignados los principios del *Cálculo de Probabilidades*, que debe su orijen al siguiente problema propuesto por *de Méré*, célebre jugador de la época: Dos jugadores de la misma fuerza desean abandonar una partida de juego ántes de terminarla; conocidas las puestas i el número de puntos que constituye el juego, se desea saber en qué proporcion deben repartirse las sumas de dinero.

Pascal i Fermat resolvieron el problema, cada cual a su modo. El primero se espresa así:

«He aquí, mas o ménos, como procedo para determinar el valor de cada una de las partidas cuando dos jugadores juegan, por ejemplo, en tres partidas, i cada uno pone 32 pistolas al juego.

«Supongamos que el primero tiene dos partidas i el segundo una; juegan ahora una partida cuya suerte es tal que si el primero gana, obtiene entónces todo el dinero, es decir, 64 pistolas; si el otro gana, son dos partidas contra dos; luego, si quieren retirarse, es menester que cada uno retire su apuesta, es decir, cada uno 32 pistolas.

«Considerad, pues, señor, que si el primero gana, le pertenecen 64; si pierde, 32. Luego si no quieren aventurar esta partida i separarse sin jugarla, el primero debe decir: estoi seguro de tener 32 pistolas, pues la misma pérdida me las dá; pero, por la que hace a las otras 32, puede ser que las tenga o que vos las ganeis; la suerte es la misma; en consecuencia repartamos estas 32 pistolas por mitades i dadme ademas las otras 32 que son seguras.

Uno tendria 48 i el otro 16.

«Supongamos ahora que el primero tenga dos partidas, que el segundo no tenga ninguna i que comiencen a jugar. La suerte de esta partida es tal que si el primero gana, obtiene 64 pistolas; si el otro gana, se vuelve al caso anterior en que el primero tendrá dos partidas i el otro una. Ahora bien, hemos visto ya que en este caso pertenecen 48 al que tiene las dos partidas; luego si no quieren jugar esta partida, debe raciocinar así: si la gano, obtendré 64; si la pierdo, me pertenecerán lejitimamente 48. En consecuencia, dadme 48 que son seguras, aún en el caso de perder, i repartámonos las 16 restantes por mitades, pues hai tantas probabilidades de ganar como de perder. Luego tendrá 56 pistolas.»

Si el primero tiene una partida i el otro ninguna, i si gana, tendrá 56; i si pierde, 32; luego, en caso de no jugar, le corresponden 44 al primero i 20 al segundo.

Pascal estiende en seguida el raciocinio al caso de que el primero tiene m puntos i el segundo n i llega a la solucion completa i jeneral sirviéndose del triángulo aritmético.

En la *Cicloide*, la última obra matemática de este autor, se resuelven diversas cuestiones relativas a la cuadratura de esta curva, a la curvatura del cuerpo enjendrado por la revolucion de la misma i a la posicion de sus baricentros, para lo cual emplea el método de los indivisibles. Por medio de sumas resuelve las integrales

$$\int \operatorname{sen} x\, dx, \quad \int \operatorname{sen}^2 x\, dx, \quad \int x \operatorname{sen} x\, dx.$$

Estudió tambien la espiral de Arquímedes.

Juan *Wallis* (1616-1703) nació en Ashford, estudió en Felstead, i a los 15 años de edad vió por primera vez un libro de aritmética, i en dos semanas, con ayuda de su hermano, se posesionó enteramente de su contenido. Destinado por su padre a la carrera de médico, sostuvo en Cambridge una tésis sobre «la doctrina de la circulacion de la sangre.» Empero, arrastrado por su gusto por las matemáticas, entró al Colejio de la Reina de Cambridge i ocupó, desde 1649 hasta su muerte, la cátedra de jeometría de Oxford.

Mezclóse en las luchas políticas i relijiosas de su tiempo, lo que le acarreó la enemistad de los diversos partidos. En 1655 publicó un tratado analítico de las secciones cónicas, siguiendo el método de Descartes. Es el testo mas antiguo que se conoce de las cónicas definidas como curvas de segundo grado.

La *Arithmetica infinitorum* es la obra mas importante de este autor; en ella hace una esposicion sistemática de las doctrinas de Descartes i Cavalieri, estendiendo considerablemente sus principios.

Llegó a ser una obra clásica en su jénero.

Despues de hacer una breve reseña de la teoría de las cónicas, principia por sentar que

$$x^0 = 1, x^{-1} = 1 : x, x^{-2} = 1 : x^2, x^{1/2} = \sqrt{x}, x^{2/3} = \sqrt[3]{x^2} \text{ i,}$$

en jeneral, que $x^{-n}$ es la inversa de la potencia $x^n$ i que $x^{m:n}$ es la raiz *enésima* de la potencia $x^m$.

Mas adelante emplea el método de los indivisibles, para encontrar el área de $y = x^m$ comprendida entre la curva, el eje de las $y$ i una ordenada cualquiera $x = h$; establece que la razon entre esta área i el rectángulo correspondiente es $1 : (1 + m)$; supone que ha de llegarse al mismo resultado con la curva $y = a x^m$; i estudia el caso de la parábola $y = a x^2$ i el de la hipérbola $x y = a$; en esta curva, en que $m = -1$, interpreta mal el resultado que obtiene. Ocúpase en seguida en calcular la cuadratura de las curvas polinomias $\Sigma a x^m$, la que equivale a integrar el polinomio $y = A x^0 + B x^1 + C x^2 + \ldots$; resulta así que el área de

$$y = x^0 + x^1 + x^2 + \ldots \text{ es } x + \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 + \ldots ;$$

i aplica este conocimiento a la cuadratura de las curvas

$$y = (x - x^3)^m ;$$

haciendo variar positivamente a *m* desde 0 i entre los límites $x = 0, x = 1$, llega a los valores, $1, \frac{1}{6}, \frac{1}{30}, \frac{1}{140}, \ldots$

Del mismo modo encuentra la integral $\int x^{\frac{1}{m}} dx$. Como no conocia el desarrollo del binomio de Newton, no pudo encontrar el área del círculo $y = \sqrt{x - x^2}$. Sin embargo, para hallar esta cuadratura se vale de la interpolacion, admitiendo que la ordenada de ese círculo es una media jeométrica entre

$$y_0 = (x - x^2)^0 \text{ é } y_1 = (x - x^2)^1 ;$$

en este supuesto puede estimar aproximadamente el área como media jeométrica entre las integrales

$$\int_0^1 (x - x^2)^0 \, dx \quad y \quad \int^1 (x - x^2)^1 \, dx,$$

es decir, entre 1 i $\frac{1}{6}$, lo que dá para $\pi$ el valor de $4\sqrt{2:3}$,

esto es, $\pi = 3,26$. Estudiando la serie de mas arriba $1, \frac{1}{6}$, $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{140}$, ... encontró el valor notable.

$$\pi = 2 \cdot \frac{2.2.4.4.6.6.8.8......}{1.1.3.3.5.5.7.7......}.$$

El método de interpolacion era mui empleado por los matemáticos de entonces.

Wallis tambien trató, en esta obra, de las fracciones contínuas, dadas a conocer por Lord Brouncker; i en 1659 resolvió los problenas sobre la cicloide propuestos por Pascal, demostrando la rectificacion de la parábola semi-cúbica descubierta, en 1657, por su discípulo Guillermo Neil. Poco antes Torricelli habia rectificado la espiral de Arquímedes. Este es el primer ejemplo, que rejistra la historia, de la rectificacion de una curva, problema que Descartes habia considerado imposible, a causa de no haberse podido calcular hasta entónces la lonjitud de la elipse ni de la hipérbola. En 1658 Wren rectificó la cicloide.

La rectificacion de $a y^2 = x^3$ se encuentra en

$$s = \int_0^x \sqrt{1 + \frac{9}{4a} x} \, dx = \frac{8a}{27} \left[ \left( 1 + \frac{9x}{4a} \right)^{3/2} - 1 \right].$$

En los comienzos del año 1658, van *Heuraet* encontró un nuevo método de rectificacion que van Schooten publicó en su edicion de la Jeometría de Descartes. Refiere la curva a dos ejes rectangulares; $x$, $y$ son las coordenadas de un punto cualquiera, $n$ es el largo de la normal $x_1$, $y_1$ son las coordenadas de un punto tal que satisfaga la relacion $y_1 : h :: n : y$, siendo $h$ constante.

En tal supuesto, si $ds$ es un elemento de la curva, tendremos:

$$ds : dx :: n : y \quad \therefore hds = y_1 dx;$$

i si se puede encontrar el área del lugar descrito por $x_1$, $y_1$, la primera curva puede ser rectificada. De este modo hace la rectificacion de $y^3 = ax^2$, i agrega que la de la parábola comun, $y^2 = 2px$, es imposible. El método de rectificacion que imajinara Fermat en 1660 es poco elegante i mui laborioso.

La Sociedad Real de Lóndres propuso, en 1668, el estudio de la teoría del choque de los cuerpos, cuestion que resolvieron Wallis, Wren i Huyghens. El trabajo de Wallis fué seguido de un libro de estática (1669) i otro de dinámica (1670). En 1685 publicó su notable testo de Aljebra, precedido de una hisoria de esta ciencia i que contiene un gran número de indicaciones útiles; en 1693 publicó una segunda edicion considerablemente aumentada.

Es la primera obra en que se hace un uso metódico de las fórmulas aljebraicas.

El siguiente ejemplo basta para dar a conocer el adelanto realizado por dicho autor en esta ciencia. Para espresar la lei del movimiento uniforme, los matemáticos de aquella época escribian

$$s : s_1 :: vt : vt_1 ;$$

Wallis escribe sencillamente $s=vt$, en que s es el espacio reconocido, v la velocidad i t el tiempo empleado. Es curioso saber que Wallis no aceptaba que una cantidad negativa es menor que cero, pero admitia que representa algo mayor que el infinito.

Pedro de *Fermat* (1601-1665), natural de un pueblo inmediato a Montauban, es considerado hoi dia como uno de los mas grandes matemáticos franceses.

Hijo de un comerciantes en cueros, fué educado en el seno de su familia i obtuvo, a los treinta años de edad, el puesto de consejero del Parlamento de Tolosa. Fiel cumplidor de sus deberes, dedicó sus ratos de ocio al cultivo de las ciencias exactas; i en su tranquila existencia no tuvo mas que un disgusto, motivado por una discusion sobre un sistema de análisis que sostuvo con Descartes; mas, su carácter conciliador i su prudencia contribuyeron a que la polémica terminara sin acritud. Fermat era un erudito i logró restaurar la obra perdida de Apolonio sobre los lugares planos. Modesto i reservado por naturaleza, jamas quiso publicar ninguno de sus descubrimientos. Despues de su muerte, se encontraron notas escritas en hojas sueltas i en el márjen de sus obras de estudio, de las cuales ha salido la obra de Fermat relativa a la teoría de los números, al análisis matemático i al cálculo de probabilidades.

*1.º La Teoría de los Números* parece haber sido su estudio predilecto; preparó una edicion de Diofanto con notas i comentarios que contiene teoremas de una elegancia notable. En su mayor parte, las demostraciones han desaparecido i es de presumir que carecieron de rigor: una induccion por analojía i la intuicion del jenio deben haber bastado para conducirlo a resultados exactos. Los ejemplos siguientes dan una idea de sus investigaciones:

I. Si p es un número primo i a es primo con p, la diferencia $a^{p-1} - 1$ es divisible por p, es decir,

$$a^{p-1} - 1 \equiv 0 \pmod{p}$$

La demostracion dada por Euler de este teorema es mui conocida. En jeneral se tiene que

$$a^{(f\,n)} - 1 \equiv 0 \ (\mathrm{mod.}\ n).$$

II. Todo número primo mayor que 2 no puede ser descompuesto mas que de una sola manera en la diferencia de dos cuadrados. Fermat demuestra esta proposicion así: Sea n un número primo; tendremos.

$$n = x^2 - y^2 = (x + y)(x - y).$$

Por hipótesis n y 1 son los únicos factores de n; luego,

$$x + y = n, \ x - y = 1;$$

i de aquí,

$$x = \frac{1}{2}(n + 1), \quad y = \frac{1}{2}(n - 1).$$

III. La suma de los cuadrados de dos enteros no puede ser de la forma $4n - 1$. Este teorema de Diofanto fué demostrado por Fermat, agregando que es imposible que el producto de un cuadrado por el primo $4n - 1$ sea un cuadrado o la suma de dos cuadrados.

Estableció ademas que $a^2 + b^2$, siendo a y b primos entre sí, no puede ser divisible por $4n - 1$.

IV. Todo número primo de la forma $4 - 1$ se puede descomponer de una sola manera en la diferencia de dos cuadros. Ségun esto,

$3 = 2^2 - 1$, $7 = 4^2 - 3^2$, $11 = 6^2 - 5^2$, $19 = 10^2 - 9^2$ etc.

Euler resolvió este problema i demostró ademas que $2^m (4n+1)$ se puede descomponer en la suma de dos cuadrados.

V. Si a, b, c son enteros que verifican la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$, el producto ab no puede ser un cuadrado. Lagrange lo demostró.

VI. Encontrar un número x de modo que $nx^2 + 1$ sea un cuadrado, siendo n un entero que no es cuadrado. Lagrange resolvió este problema.

VII. La ecuacion $x^2 + 2 = y^3$ no tiene mas que una solucion en números enteros; i $x^2 + 4 = y^3$ solo tiene dos soluciones enteras. Para la primera se encuentra $x = 5$, $y = 3$; i para la segunda $x = 2$, $x = 11$. Este problema fué propuesto en desafio a Wallis i a Digby.

VIII. La ecuacion $x^n + y^n = z^n$ es imposible en números enteros, si n es mayor que 2; proposicion que tiene una celebridad estraordinaria a causa de que nadie, hasta ahora, ha podido dar una demostracion jeneral. Es probable que Fermat descubriera que es exacta para $n = 3$ i $n = 4$, i así lo demostró Euler. Legendre (1823) probó que era exacta para $n = 5$, Dirichlet (1832) para $n = 4$, Lamé i Lebesgue (1845) para $n = 7$.

2.º Parece que imajinó una jeometría analítica ántes de conocer la obra de Descartes i comprendió que las propiedades de una curva se pueden deducir de su ecuacion o «su propiedad específica» como el la llama. Las notas que se conservan indican que aplicó los infinitesimales para determinar las tanjentes de las curvas, la cuadraturas i los máximos i mínimos. Obtenia la subtanjente de la elipse, cicloide, cisoide, concoide i cuadratriz igualando las coordenadas de la curva i las de una recta que pasa por dos puntos de abscisas $x$ i $x - e$ equivaliendo $e$ a muestra $dx$. Este método es particular; el jeneral i definitivo pertenece a Barrow (1669). Siendo la ecuacion de la tanjente.

$$y - y' = \frac{dy}{dx}(x - x'),$$

el intercepto x se obtiene haciendo $y = 0$ i la subtanjente se espresará por

$$y' \frac{dx}{dy}.$$

Obtuvo tambien Fermat el área de las parábolas de cualquier grado i los baricentros de cuerpos laminares i del paraboloide de revolucion. Para la cuadratura de la parábola $y^3 = p x^2$, traza las ordenadas por los puntos en que es $x = a$, $a(1 - e)$, $a(1 - e)^2, \ldots$ i los pequeños rectángulos formados tendran las áreas.

$$ae(pa^2)^{1/3},\ ae(1 - e)[pa^2(1 - e)^2]^{1/3}, \ldots$$

su suma es

$$\frac{p^{1/3} a^{5/3} e}{1 - (1 - e)^{5/3}}$$

i el límite, cuando e se anula, es $\frac{3}{5} p^{1/3} a^{5/3}$. Fermat no conocia el desarrollo de $(a + b)^n$. Kepler habia hecho notar que los valores de una funcion en las proximidades i a uno i otro lado de un máximo o mínimo, se deben hacer iguales. Fermat aplicó este principio a diversos ejemplos.

En el caso de $x(a-x)$ toma otro valor $x-e$, siendo e mui pequeño, i escribe $x(a-x) = (x-e)(a-x+e)$; simplifica, hace $e=o$ i obtiene $x = \frac{1}{2}a$.

3.º Fermat comparte con Pascal la gloria de haber creado la *teoría de las probabilidades*. Ya dimos a conocer la solucion que dió Pascal al problema que le propuso el caballero de Méré.

La de Fermat se funda en la teoría de las combinaciones, como se esplica en seguida. Supongamos, en el caso de los jugadores A i B, que a A le faltan dos puntos para ganar i tres a B. El juego quedará decidido en cuatro partidas.

Formamos con las letras a i b las 16 combinaciones de 4 letras cada una que se pueden formar:

a a a a, a a a b, a a b a, a a b b; a b a a, a b a b, a b b a, a b b b;
b a a a, b a a b, baba, b a b b; b b a a, b b a b, b b b a, b b b b.

Cada combinacion en que aparezca *a* dos o mas veces, será un caso favorable para A; i cada combinacion en que se presente *b* tres o mas veces, será un caso favorable para B.

Segun esto, A cuenta con 11 casos favorables i B còn 5 solamente; i como todos son igualmente posibles; la probabilidad de que A gane es a la de que gane B como 11 es a 5.

En el siguiente problema, propuesto tambien por Pascal, Fermat procede como se indica.

Una persona se propone sacar la cara de 6 puntos de un dado, echándolo ocho veces; suponiendo que haya jugado tres veces sin obtener la cara 6, se pregunta qué parte de la apuesta debe retirar si abandona el juego a la cuarta jugada. La probabilidad de buen éxito se representa por $\frac{1}{6}$, de modo que pueda retirar $\frac{1}{6}$ de la apuesta. Para estimar la cuarta suerte dice: la primera jugada vale $\frac{1}{6}$, la segunda $\frac{1}{6}$ de lo que queda o sea $\frac{5}{36}$ de la apuesta, la tercera $\frac{25}{216}$ i la cuarta $\frac{125}{1296}$.

En estos problemas Fermat procedió con mas correccion que Pascal.

La reputacion de Fermat es casi única en la historia de la ciencia. Los problemas que propuso sobre los números resistieron durante largo tiempo a todos los esfuerzos que hicieron los matemáticos para resolverlos i varios de ellos no cedieron sino ante el jenio de Euler. Uno solo queda aún por resolver; i ultimamente una corporacion científica ha ofrecido un premio de 100,000 marcos al que dé una solucion del último problema de Fermat.

La estraordinaria maestría que adquirió en la teoría de los números eclipsó sus demas trabajos, sin dejar de recoconocer que todos fueron de órden superior.

Cristián *Huyghens* (1629-1695) nació en La Haya; a los 22 años refutó la cuadratura del cálculo de Gregorio de Saint-Vincent; publicó en seguida sus tratados de la cuadratura de la parábola i de la rectificacion aproximada del círculo; en 1654 se ocupó en perfeccionar el telescopio i, en compañía de su hermano, imajinó un procedimiento para pulir las lentes, lo que le permitió resolver varios problemas astronómicos, como la determinacion del anillo de Saturno. La exactitud de la medida del tiempo que se requiere en estos trabajos de observacion, lo condujo, en 1656, a inventar el reloj de péndulo, como lo describe en su tratado *Horologium*. En 1657 compuso una pequeña obra sobre el cálculo de probabilidades basado en la correspondencia de Pascal con Fermat. Residió en seguida en Lóndres. Su reputacion se elevó a tal altura que Luis XIV le ofreció una pension para que se trasladara a Paris, en donde fijó su residencia. En 1668, presentó a la Sociedad Real de Lóndres, en respuesta un problema que esta corporacion habia propuesto, una memoria en que demuestra esperimentalmente que el *momentum* segun cierta direccion ántes del choque de dos cuerpos es igual al *momentum* despues del choque, punto que Descartes no supo resolver.

La obra mas importante de Huyghens es su *Horologium Oscillatorium*, impresa en Paris (1673). El primer capítulo está consagrado a los relojes de péndulo; el segundo, a la caida de los graves segun la vertical o una curva cualquiera; i aquí demuestra que la cicloide es tautócrona; el tercero, a las evolutas dando los ejemplos de las evolutas de la cicloide i de la parábola; el cuarto a la resolucion del problema del péndulo compuesto, demostrando que los centros de oscilacion i suspension son reversibles; el quinto i último, a los relojes, i aquí hace ver que las oscilaciones serian insócrona si la trayectoria del péndulo fuera cicloidal; termina señalando que la fuerza centrífuga que obra sobre un cuerpo que se desplaza sobre la circunferencia de un círculo de radio $r$ con velocidad uniforme $v$, varía proporcionalmente a $v^2$ e inversamente a $r$. Esta obra es el primer ensayo hecho para aplicar la dinámica a cuerpos de dimensiones finitas. En 1565 hizo construir el primer reloj con un regulador de balancin i espiral que presentó a Luis XIV. Despues de la revocacion del edicto de Nantes (1681), se alejó de Francia sin querer conservar sus relaciones con este pais. Dedícose entónces a construir lentes de una gran distancia focal; la Sociedad Real de Lóndres csnserva aún los lentes de 123,180 i 210 pies de distancia focal que le obsequiara Huyghens.

En 1689 se trasladó de Holanda a Inglaterra para conocer personalmente a Newton, cuya grande obra *Principia* habia sido publicada en 1687. Huyghens reconocia el mérito incontestable de los trabajos del eminente matemático ingles, pero creia que toda teoría sobre la gravitacion que no estuviera esplicada por causas mecánicas era incompleta. De vuelta a su patria (1690), dió a la publicidad su tratado sobre la *Luz*, en que esplica la teoría de las ondulaciones, diversa de la emision sustentada por Newton.

Estas nuevas ideas fueron en realidad sujeridas por Roberto Hooke en 1664; pues Huyghens comenzó a escribir su obra de óptica en 1678.

Segun esta teoría, el espacio está ocupado por el eter, medio estremadamente elastico i la luz es la consecuencia de una serie de vibraciones i ondulaciones de este medio, producidas por las pulsaciones de los cuerpos luminosos. Despues de sentar estas doctrinas, pasa a esplicar los fenómenos de la reflexion, de la refraccion i de la doble refraccion; da una construccion para el rayo estraordinario de los cristales de dos ejes e imajina esperimentos que ponen en evidencia los principales fenómenos de la polarizacion.

La inmensa reputacion de que gozaba Newton i su jenio incomparable fueron la causa de que los sabios no aceptaran la teoría de las ondulaciones i adoptaran la de la emision propuesta por Newton.

Sin embargo, conviene decir que Huyghens no dió una esplicacion satisfactoria sobre algunos fenómenos de óptica. A princípios del siglo XIX, Young i Wollaston en Inglaterra i Fresnel en Francia, defendieron victoriosamente la teoría de Huyghens i desde entonces ha sido aceptada por el mundo científico.

Ademas de las obras que hemos analizado, Huyghens produjo varios trabajos de importancia secundaria i tomó parte en casi todos los torneos científicos i controversias de su tiempo. Estudió la forma i propiedades de la catenaria, formuló la regla de Fermat para determinar los máximos i mínimos; demostró que la subtanjente de la curva $f(x, y) = 0$ es igual a $y \frac{f\,y}{f\,x}$, que el poder de aumento de un telescopio puede deducirse de las distancias focales de las lentes compuestos; i esplicó algunos fenómenos relativos a los halos. Casi todas las demostraciones que hizo son jeométricas, i se presume que no se valió del cálculo infinitesimal para llegar a los resultados que obtuvo.

En este brillante período, en que descollaron Descartes, Cavalieri, Pascal, Wallis, Fermat i Huyghens, se produjeron algunas de las obras de Newton, a quien hemos dedicado el capítulo siguiente de nuestra historia. Señalamos de paso los nombres de otros matemáticos que figuraron en esta época de 1635 a 1675.

Claudio Gaspar *Bachet* de Méziriac (1581-1638) escribió los *Problemas agradables*, o coleccion de recreaciones matemáticas; una aritmética i una traduccion de las obras de Diofanto. Discutió las ecuaciones indeterminadas por medio de las fracciones contínuas.

Mariano *Mersenne* (1588-1648, hermano franciscano, que mantuvo relaciones con todos los sabios de Europa. Ademas de una introduccion a la *Mecánica* de Galileo, publicó *Cojita Physico Máthematica,* que es una esposicion de algunos esperimentos de física i en la que se encuentra la siguiente proposicion atribuida a Fermat: Para que el número $M = 2^p - 1$ sea primo, tenia que ser $p = 1, 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 127$ i $257$. Los primos de la forma $M = 2^p - 1$ se llaman *números* de Mersenne. Hai 56 primos inferiores a 258; los 9 primeros valores de M son de fácil verificacion; de los 47 restantes, Fermat comprobó 2, Euler 9, Plana 1, Landry 3, Le Lasseur 7, Cunninnghan 1; quedan por comprobar los siguientes: $p = 71$, 89, 101, 103, 107, 109, 127, 137, 139, 149, 157, 163, 167, 173, 181, 193, 199, 227, 229, 241 i 257.

Se comprenden las serias dificultades que presenta la descomposiciones en factores de los números que quedan por verificar: si $p = 257$, M se compone de 78 cifras; si $p = 43$, $M = 8796\ 093\ 022\ 207 = 431 \times 9719 = 209\ 9863$ (Euler). Es probable que los números perfectos dependan de los números de Mersenne i estén comprendidos en la fórmula $2^{p-1}(2^p - 1)$, en la cual el paréntssis es primo.

Gilles Personier de *Roberval* (1602-1675) profesor de la Universidad de Paris, resolvió el problema de las tanjentes a las curvas i algunas proposiciones sencillas de la cicloide; jeneralizó los teoremas de Arquímedes relativos a la espiral; escribió sobre la mecánica i los indivisibles, cuya teoria hizo mas precisa i lójica.

Francisco *van Schooten* (. . . . -1661) publicó las obras de

Vieta i sucedió a su padre, que habia sido profesor de Huyghens, Hudde i Sluze, en la catédra de matemáticas de Leyde; tradujo al latin la jeometría de Descartes; i en una coleccion de ejercicios que dió a luz en 1657, recomienda el uso de las coordenadas en la jeometría de tres dimensiones.

Gregorio de *Saint-Vincent* (1584-1667), jesuita, natural de Brujas, descubió el desarrollo de $\log(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \ldots.$

Su obra *Theoremata Mathematica* (1624) contiene una esposicion clara del método de exancion de los antiguos, que aplica a varias cuadraturas i con lucidez a la de la hipérbola. En 1647 i en 1668 dió a la publicidad dos libros sobre la cuadratura del círculo que, como se dijo en líneas anteriores, fué refutada por Huyghens. Son dignos de nota los numerosos teoremas interesantes que demostró al pretender resolver la cuadratura del círculo.

Evanjelista *Torriceli* (1608-1647), discípulo de Galileo, escribió sobre la cuadratura de la cicloide i de las cónicas, la teoría del barómetro i de los proyectiles, el movimiento de los proyectiles e ideó la máquina conocida con el nombre de Atwood que sirve para estudiar la caida de los graves.

Juan *Hudde* (1633-1704), burgomaestre de Amsterdam, redujo las ecuaciones con raices iguales i encontró para la subtanjente de la curva $f(x, y) = 0$ la espresion equivalente a

$$- y \frac{df : dy}{df : dx}.$$

*(Continuará).*