

La paradoja de la predicción

por

Gerold Stahl

En una escuela se anuncia:

(1) Habrá un examen de sorpresa en la próxima semana.

Uno de los alumnos señala que el examen no puede tener lugar el sábado, porque en este día no sería sorpresa (ya el viernes en la noche se conocería la fecha del examen). Tampoco el viernes es adecuado, porque, dado que no puede ser el sábado, tendría que ser el viernes, con lo cual en este día perdería el carácter de sorpresivo. Exactamente lo mismo vale para el jueves, el miércoles, el martes y el lunes, de modo que, por las razones indicadas, no puede tener lugar en ningún día de la próxima semana. Por otro lado, si se realizara de hecho, por ejemplo, el día miércoles, entonces constituiría bien un examen de sorpresa.

Esta contradicción (auténtica o aparente) se llama a veces "paradoja de la predicción" y ha sido discutida en numerosas publicaciones. Para analizarla hay que precisar en primer término el anuncio. Esto se hará en lo que sigue de diversas maneras, y se mostrará lo que queda de contradictorio en cada caso.

Para comenzar consideremos el anuncio con "deducir", o sea:

Habrá un examen en la próxima semana, y, para por lo menos un día, no se puede deducir "Habrá un examen el día" (uno de estos días será luego el del examen).

El término "deducir" todavía no es lo suficientemente preciso; aun completándolo en el sentido de "deducir (dentro de los sistemas habituales de la lógica) a partir de premisas", no especifica cuáles son las premisas.

Así, para dar mayor precisión, se introducirán los siguientes tres grupos de definiciones, comenzando con el primer grupo, constituido por las definiciones de "A₀" hasta "A₁".

Tenemos:

$$A_0 = \text{at } D_1 \vee D_2 \vee \dots \vee D_6$$

donde "D₁" es la abreviatura de "El examen tiene lugar el día lunes", etc., hasta "D₆" para "El examen tiene lugar el día sábado". Análogamente para "A₅", etc., hasta "A₁" (que coincide con "D₁").

Segundo grupo de definiciones:

$$N_1 = \text{at } \sim D_1$$

$$N_2 = \text{at } \sim D_1 \cdot \sim D_2,$$

etc., hasta N₅

o sea, "N_i" con $i \leq 5$ es la conjunción de las negaciones de "D₁" hasta el i -ésimo día.

En el tercer grupo se introducen "B₀", "B₅", hasta "B₁" por definición inductiva, en que algo se define (a) para 0 y (b) para $n + 1$, teniéndolo definido ya para n . Esto significa en nuestro caso que se define (a) "B₀" ("B₀₋₀") y (b) "B_{0-(n+1)}", utilizando en esta definición "B_{0-n}". Así:

$$B_0 = \text{at } A_0$$

Habiéndose realizado la definición para n (teniendo "B_{0-n}"), formamos "B_{0-(n+1)}" del modo siguiente:

Si de "B_{0-n}" y de "N_{5-n}" se deduce "D_{0-n}", entonces se obtiene "A_{5-n}".

Por ejemplo "B₆" (o sea "B₆₋₁") sería:

Si de "B₆" y de "N₅" se deduce "D₆", entonces se obtiene "A₅" ($n = 0$).

En otras palabras, si se puede deducir "D₆" hay que borrarlo de la disyunción de días posibles, de modo que "A₆" se reduce a "A₅". Análogamente se introduce "B₄" etc., hasta llegar a "B₁":

Si de "B₂" y de "N₁" se deduce "D₂", entonces se obtiene "A₁".

Tengamos *K*, la clase de las frases siguientes: "B₆ · N₅", "B₅ · N₄", "B₄ · N₃", "B₃ · N₂", "B₂ · N₁", "B₁". El anuncio sería ahora:

(2) B₆ y hay por lo menos un número *i* (de 1 a 6), de modo que de las premisas frases de *K* no se puede deducir "D_i".

Las premisas de *K* son todas muy razonables: "N₆" etc., se basan en la experiencia propia de los alumnos si hasta el día respectivo no se ha realizado el examen; "B₆" es una parte del anuncio, y también "B₅", etc., se basan en el anuncio informal (1) con "deducción" (hay que eliminar los días deducibles).

A partir de *K* puede deducirse para cualquier *i* "D_i": a partir de "B₆ · N₅" se deduce "D₆" por deducción proposicional simple. A partir de "B₅" se deduce "A₅" que junto con "N₄" da "D₅", etc., y finalmente a partir de "B₁" obtenemos "A₁", que coincide con "D₁".

Sin mencionarlo explícitamente hasta ahora, se ha aplicado en todo el artículo la distinción de los niveles del lenguaje (lenguaje primario, metalenguaje, etc.); la teoría de los niveles del lenguaje exige esta distinción en la formación de las expresiones bien formadas, considerando no significativas a las demás expresiones. Gracias a la teoría señalada se evitan las paradojas semánticas del tipo del mentiroso, y se puede ver así la problemática propia de la predicción, sin que sea mezclada con problemas de otro índole. Con distinción de niveles "D_i", "A_i" y "N_i" son todos de primer nivel (lenguaje primario); lo mismo vale para "B₆". La expresión "B₆", en cambio, es de segundo nivel, ella habla sobre "B₆" y otras

expresiones de primer nivel. Análogamente "B₄" es de tercer, "B₃" de cuarto, "B₂" de quinto y "B₁" de sexto nivel. El anuncio (2) finalmente, que habla sobre "B₁" es de séptimo nivel¹.

La expresión (2), una posibilidad de transcripción precisa de (1), aprovecha (1) en doble sentido: por un lado en las expresiones de *K* y por otro en la formulación entera. Sin embargo, no tiene nada de autorreferente. Para (1), en cambio, se necesitan justamente indicaciones adicionales, a fin de poder establecer si es o no es autorreferente. Obviamente con distinción de niveles no puede haber autorreferencia.

El anuncio (2) es sencillamente una expresión falsa, que contradice a un teorema lógico (de un sistema (meta) lógico de séptimo nivel, formado en analogía a los sistemas habituales); pues hemos visto que para todos los *i* puede deducirse "D_i" a partir de *K*. Dado su carácter contradictorio, se puede deducir cualquier expresión bien formada a partir de (2). Sin embargo, la clase de premisas *K*, tomada por sí sola, no es contradictoria. Si, para mencionar también esta posibilidad, *K* fuera formada sólo de frases de primer nivel (el anuncio sería luego de segundo nivel), entonces no se podría aprovechar el anuncio informal (1) mismo para deducir "D_i", excepto "D₆" para el día sábado.

Reemplazando la disyunción "B₆" por la exclusión correspondiente (con "o" exclusivo), se obtiene también un anuncio falso. Lo mismo pasa si agregamos en el octavo nivel "El anuncio (2) es verdadero" ("Todos los anuncios de la escuela son verdaderos").

La deducibilidad de "D_i" para todo *i* tiene por efecto que ningún día queda marcado especialmente. Este punto es más importante todavía si utilizamos "poder conocer" en lugar de "deducir" ("obtener") y formulamos (cambiando las definiciones de "B_i" correspondientemente) el anuncio de este modo:

¹Para hacer bien visible la distinción de niveles, no se usaron signos, como "·", sino siempre explícitamente términos como "deducir".

(3) B_6 y hay por lo menos un número i (de 1 a 6), de modo que aunque se puedan conocer las expresiones de K , no por eso será posible conocer " D_1 "².

Con esto se supone que lo conocible incluye lo deducible por lo menos en la medida aquí tratada. También (3) es falso, pues con K es posible conocer todos los " D_1 ". Sin embargo, la posibilidad de conocimiento brindada a partir de K es algo absolutamente inútil, justamente por el hecho de que se refiere a todos los " D_1 ", sin señalar aquel día en que el examen se realizará verdaderamente. Dado que (3) no da ninguna información adicional sobre el día del examen, su realización efectiva produce lo que podría considerarse una sorpresa³, pues la (deducibilidad y) conocibilidad de " D_1 " no es una característica exclusiva del día del examen y no es, por lo tanto, utilizable para determinarlo.

La falsedad del anuncio (en la forma (2) o (3)) se debe a la falsedad de su segundo componente. Pero todo esto no implica la falsedad del primer componente, de modo que podemos tener (aunque no necesariamente) " B_6 " con toda la sorpresa en lo que toca al día del examen. Así, el problema entero no tiene nada de paradójico (si evitamos una autorreferencia, aplicando la distinción de niveles del lenguaje) ni de contradictorio: hay sólo un anuncio falso (contradictorio) y un examen, que posiblemente se realiza de acuerdo con " B_6 " y podría producir perfectamente una sorpresa.

BIBLIOGRAFIA

1. Bennet, J., Reseña de 6, 3, 4, y otros artículos, *Journal of Symbolic Logic*, Vol. 30, N° 1, Providence, R. I., marzo 1965, pp. 101-102.
 2. Kiefer, J. y Ellison, J., *The Prediction Paradox again*, *Mind*, Vol. 74, Edinburgh, 1965, pp. 426-427.

²Para evitar complicaciones se trabaja aquí únicamente con conocer *respecto a frases*.

³Sin embargo, la sorpresa, una reacción síquica, que como tal no tiene que estar de constante acuerdo con las evaluaciones formales, será mucho menor el día sábado, probablemente debido al hecho de que la deducción de " D_6 " es la más elemental y se aplica sólo a frases de primer nivel.

- tion Paradox again*, *Mind*, Vol. 74, Edinburgh, 1965, pp. 426-427.
 3. Lyon, A., *The Prediction Paradox*, *Mind*, Vol. 68, Edinburgh, 1959, pp. 510-517.
 4. Nerlich, G. C., *Unexpected Examinations and Unprovable Statements*, *Mind*, Vol. 70, Edinburgh, 1961, pp. 503-513.
 5. Quine, W., *On a So-called Paradox*, *Mind*, Vol. 62, Edinburgh, 1953, pp. 65-67.
 6. Shaw, R., *The Paradox of the Unexpected Examination*, *Mind*, Vol. 67, Edinburgh, 1958, pp. 382-384.
 7. Skriwen, M., *Paradoxical Announcements*, *Mind*, Vol. 60, Edinburgh, 1951, pp. 403-407.
 8. Weiss, P., *The Prediction Paradox*, *Mind*, Vol. 61, Edinburgh, 1952, pp. 265-269.