

Estudios en honor de
Francisco Javier Domínguez
AUCH, 5ª Serie. N° 8 (1985): 71-96

HIDROSTATICA VINCIANA EN EL CODICE HAMMER

ENZO MACAGNO
Universidad de Iowa

INTRODUCCIÓN

La posteridad ha valorado la obra de Leonardo da Vinci en sus múltiples facetas. Todos saben del pintor, del escultor, del anatomista, del ingeniero, del humanista, pero pocos conocen su obra más original que es la gran contribución que hizo a la hidromecánica, al estudio del agua y de otros fluidos. Son muy pocos los comentaristas que se ocupan de esa provincia de los vastos dominios que exploró Leonardo. Al estudiar la mecánica de los fluidos, Leonardo tuvo que comenzar por modificar ideas que preexistían y que eran erróneas. Todo estaba por hacerse en este campo; en otros, existía una tradición, y tenía Leonardo de quien aprender, antes de crear algo nuevo. Por fuerza, todo lo que se refiere a esta disciplina, necesitaba gran originalidad. Inclusive en el estudio de los fluidos en reposo, supo Leonardo poner la marca de su creatividad de pensamiento y de investigación.

En este trabajo se da una visión de una parte de los estudios de la hidrostática que realizó Leonardo da Vinci. Su obra fue muy diferente de la de Arquímedes, y por eso es justificado hablar de Hidrostática Vinciana. No se está seguro del grado de la influencia arquímideana en la obra de Leonardo, pero parece pequeña. (ver Arredi 1942). Como la documentación que Leonardo dejó sobre el tema está distribuida en forma desordenada en un gran número de cuadernos, este artículo contendrá solamente un estudio de lo que se encuentra en el Códice Hammer; del cual se da una breve referencia en la sección siguiente. La hidrostática de

los Códices de Madrid ya ha sido estudiada (Macagno 1982), y la contenida en el Códice Atlántico se halla en estudio por el mismo investigador. Debido a estas circunstancias, las conexiones entre los tres códices serán tenidas en cuenta y tendrán más peso que las que puedan existir con otros documentos vincianos. Este trabajo contendrá un número de primicias, pues es la primera publicación del autor sobre el Códice Hammer, pero por fuerza tendrá que limitarse a los principales puntos ya interpretados y elaborados, dejando algunos, todavía oscuros y que necesitan aplicaciones de la metodología experimental para ser aclarados, para futuras publicaciones.

Este estudio se ha realizado sobre el facsímil del Códice Hammer publicado en 1909 bajo la dirección de Gerolamo Calvi, el cual ha sido recientemente re-impreso por la casa Giunti Barbèra. Se hará referencia a este códice mediante las letras CH seguidas del número de folio y las letras R o V según que se trate de recto o verso.

EL CÓDICE HAMMER

Este cuaderno vinciano tiene un contenido casi totalmente hidráulico. Es lo más cercano a un pequeño libro sobre el agua que nos queda de la obra de Leonardo. Sabemos que él deseaba publicar un libro sobre esta materia, pero este cuaderno está lejos de ser publicable como libro en el estado en que su autor lo dejó. Requiere un gran trabajo de búsqueda y correlación, para poder extraer algo coherente de él. Y no solamente eso, sino que hay que interpretar muchos de sus pasajes y figuras con la ayuda de los textos y dibujos de otros cuadernos, antes que uno pueda llegar a entender claramente las ideas de Leonardo. La metodología que se emplea en este estudio del Códice Hammer ha sido descrita en otras publicaciones. Aquí se dará solamente un breve resumen de la historia de este códice con el fin de ayudar al lector a ponerlo en perspectiva apropiada.

Probablemente, aunque no seguramente, este cuaderno pasó junto con todos los otros a manos de Francesco Melzi, el discípulo que acompañó a Leonardo en sus últimos años en la corte de Francisco I de Francia. Melzi tuvo gran veneración por la herencia que le dejó Leonardo, pero sus familiares no tenían mucho respeto por todos esos papeles y no los cuidaron, dejando que se fueran dispersando. Se calcula que tenemos ahora solamente la mitad, o menos quizás, de los escritos y dibujos que Leonardo dejó en manos de Melzi. Sin embargo, como Leonardo volvía muchas veces al mismo tema, modificando sus pensamientos, o corrigien-

do resultados, no hemos perdido tanto. Una de las grandes pérdidas parece ser la de un cuaderno al cual se refiere Leonardo como el de los elementos de máquinas: "elementi macchinali", (ver Reti 1980).

Se resume a continuación lo que el Profesor Carlo Pedretti relata de la historia del Códice Hammer en una reciente publicación (Pedretti 1982). Este códice se llamó por largo tiempo Códice Leicester y cambió de nombre al ser adquirido recientemente por la Fundación Hammer. Por disposición testamentaria de A. Hammer pasará a pertenecer definitivamente al Museo de Arte del Condado de los Angeles, del estado norteamericano de California.

Existen algunas dudas de que este cuaderno pasara en realidad a manos de Melzi, pues no lleva anotaciones que él hizo en otros cuadernos. La única nota que tiene es de Guglielmo della Porta, que quizás haya sido el primero que lo poseyó, después de Leonardo. Hacia 1690 pasó a manos del pintor Giuseppe Gezzi, quien terminó por venderlo, al que sería el primer conde de Leicester, en 1717. El conde permitió que el manuscrito quedase por un tiempo en Italia para que se hicieran copias. Una de las copias fue a parar a la biblioteca Leicester, pero otra se halla ahora en la biblioteca de los grandes duques de Weimar. La tercera se perdió. Estas peripecias tienen su interés, pues está sin aclarar la cuestión de quiénes pudieron haber utilizado este códice. Contiene gran cantidad de notas y dibujos muy novedosos para la época en que se hicieron, y será seguramente de gran valor llegar a saber quiénes aprovecharon los conocimientos acumulados por Leonardo, si es que hubo quienes lo hicieron sin mencionar la fuente utilizada. No es tanto la cuestión de ética que preocupa, como la de la influencia que Leonardo pudo haber ejercido a pesar de que nunca publicó nada.

Una mayor difusión de los escritos de Leonardo comenzó en 1883, cuando J.P. Richter publicó su antología de dichos escritos. Richter incluyó —usando naturalmente su interpretación— un número de pasajes del códice Leicester. Algún tiempo después, en 1909, se hizo la primera publicación en facsimile del códice, bajo los auspicios del Real Instituto Lombardo de Ciencias y Letras. El tomo llevaba también la transcripción diplomática así como la transcripción crítica, con lo cual se lograba mucha mayor difusión. De esta manera, uno de los valiosos cuadernos científicos y técnicos de Leonardo alcanzaba un buen número de bibliotecas de Europa y de América. Pero ya antes se conocían algunos de los temas de este códice. El Profesor Pedretti hace notar que historiadores de la astronomía atribuían, hacia fines del siglo XVIII, la explicación del "lumen cinereo" de la luna nueva a Leonardo. Se sabe, además, que Goethe se

interesó por la copia del códice que se hallaba ya en Weimar en sus tiempos. La investigación de la influencia técnico-científica de Leonardo no ha dejado de preocupar a algunos estudiosos, pero lo cierto es que casi todo queda por hacerse para llegar a conocerla precisamente.

PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

Aun para el estudio puramente mecánico del comportamiento de líquidos y gases, hace falta conocer un cierto número de propiedades de la materia. En los escritos de Leonardo encontramos pocas veces el tema de las propiedades del agua y otros fluidos como objeto exclusivo de un párrafo aparte. Lo que se refleja en esta sección sobre propiedades de los fluidos, tal como las concibió y utilizó Leonardo, viene no solamente del Códice Hammer, sino también de algunos otros cuadernos; a fin de no quedar en una descripción demasiado fragmentaria de este tema.

La noción de peso específico existía ya desde mucho antes de Leonardo, y él la utilizó en diversas formas, de las cuales la más interesante se encuentra en algunos cálculos de mezclas de líquidos del Códice Atlántico (CA 197R-V). Usa allí una escala arbitraria para los elementos aire, agua, tierra, a los cuales atribuye respectivamente 2, 4 y 8 unidades, no especificadas. Uno puede suponer que todo el cálculo está basado en valores de peso específico o de densidad relativos; es decir valores puramente numéricos. En el caso citado más arriba, el elemento de referencia sería el fuego, al cual, plausiblemente, le tocaría el valor unitario. Leonardo advierte en sus notas que los valores son arbitrarios, en parte porque no los conoce a todos, y en parte porque lo que interesa es un método y no cálculos concretos.

Salvo en casos especiales, los ingenieros de hoy consideran a los líquidos como incompresibles. Lo mismo hizo Leonardo, aunque quizás convencido de que lo eran realmente. En cambio, exageró el efecto de la compresibilidad del aire; lo cual muchos hacen todavía hoy en día, a menos que hayan tomado algún curso de mecánica de fluidos. Es claro que en Leonardo no aparece nada que se acerque siquiera a nuestro concepto de módulo de elasticidad de volumen, o a nuestro coeficiente de compresibilidad. Pero sus nociones cualitativas al respecto tuvieron gran influencia en su hidromecánica y en su aeromecánica. Resulta de notas de Leonardo, que vio, sin dudas, que la reducción de volumen del aire producía un aumento de la densidad. Experimentando con un fuelle, por ejemplo, pudo realizar que al duplicar la presión se reducía el volumen a

la mitad (Macagno 1982). De las notas originales, puede deducirse que el proceso debió ser aproximadamente isotérmico.

Leonardo consideró el agua como un líquido natural susceptible de sufrir variaciones en sus propiedades debido a materias en suspensión o en solución. En CH 19 V, dice que el agua de lluvia puede variar de densidad de invierno a verano, debido a la mayor cantidad de polvo que recoge en verano. Además, considera a otras aguas de mayor peso (o densidad), sobre todo a las que se enturbian o contienen sal.

Leonardo barruntó la existencia de la fuerza que nosotros llamamos de tensión superficial. La percibió en diferentes circunstancias, tales como la atracción de gotas de agua entre sí (CH 25 R). Se refirió, a lo que parecía una misteriosa manifestación, en términos como "colleganza", "tenacita", "calamita". La última palabra crea una analogía con la fuerza de un imán (CH 23 V, 25 R, 27 R). En otro lugar habla de "vischiosita". De la viscosidad, como la definimos científicamente hoy en día, tuvo Leonardo escasa idea, aunque a veces usó el término en relación con la descripción de lubricantes (Ver los Códices de Madrid).

Una manifestación de la tensión superficial (que nosotros llamamos capilaridad) es mencionada en CH 25 R, donde Leonardo describe como el agua del río sube por la arena de la costa de un río, y la empapa, "realizando algo que es contrario a la naturaleza de su gravedad". Cabe suponer que para Leonardo este fenómeno extraño se explicaría por alguna fuerza de atracción, pues es lo que dice cuando se refiere a que el agua atrae a sí misma otra agua al formarse una pompa de jabón o al fundirse una gota de agua con otra. De burbujas y gotas se ocupa Leonardo en varios folios del Códice Hammer (CH 12R, 12 V, 23 R, 23 V, 24 V, 25 R, 34 V). El ejemplo más interesante que da es el de la burbuja de aire que sube por el agua y al llegar a su superficie libre forma una burbuja semiesférica. Trata de explicar que ésta es la única forma posible, pues las otras no serían estables. Además, predice que cuando tal burbuja se rompe lo hace en forma parecida a la rotura de un arco de mamostería o de piedra.

HIDROSTÁTICA A ESCALA PLÁNETARIA

En general, Leonardo piensa y razona en función de una visión del mundo físico estratificado en capas esféricas alrededor de un centro. Esta es una visión que no es diferente de la nuestra, que hablamos de la esfera terrestre, y de la atmósfera, e inclusive de la hidrosfera. Sin embargo estas cosas no significaron lo mismo para Leonardo que pueden significar para

nosotros. Supuestamente debía haber para él un único centro del mundo, pero después de observar a nuestro satélite y también las gotas de agua, Leonardo modifica esa concepción clásica heredada, y encuentra que es posible la existencia de configuraciones esféricas de equilibrio, a muy diferentes escalas, en diversos lugares. Así es como llega a la conclusión de que la Luna debe tener, lógicamente, sus elementos, como los tiene nuestro mundo. Observa que la Luna no cae a la Tierra; debe pues tener su centro que la mantiene a distancia. Lejos está de su mente toda idea de "fuerza centrífuga", aunque algunos experimentos suyos se parecen a los que se hacen —o se hacían— en nuestras escuelas secundarias para demostrar tal fuerza. Experimentos que nosotros llamaríamos de fuerza centrífuga pueden verse en CM I 80 R, pero van acompañados de un texto difícil de interpretar. Más bien que atribuir a Leonardo una idea muy posterior a él, sí bien pueda haberla barruntado, parece preferible interpretar que hizo una postulación de que podía haber "centros de mundos" locales, en vez de uno solo.

Vemos así a Leonardo llevado a considerar la existencia de los elementos en la Luna. Parece tener dudas sobre la presencia de agua en la Luna (CH 7 R, 36 V), pero lo cierto es que piensa que si tal es el caso, no cae a la Tierra, debido a que la Luna tiene su propio "centro". Quizás, su pensamiento puede traducirse como una idea de que la Luna es un mundo aparte, como logra serlo en cierto modo una gota de un líquido. Piensa Leonardo que, si no fuera así, no solamente la hipotética agua de la Luna caería a la Tierra, sino la Luna misma se precipitaría a nuestro suelo. Como no lo hace, es necesario que posea su propio centro alrededor del cual se agrupan los elementos que tenga: "Il che non facendo, per necessità bisogna ch'ell'abbia un sito stabilito colli elementi intorno, com'è detto." (CH 2 V). En CH 2 R, Leonardo expresa que la Luna, al igual que la Tierra, tiene sus elementos que la rodean: agua, aire y fuego, y que la Luna, cosa grave como la Tierra, se sostiene en su propio espacio. Una frase aislada del Folio CH 26 V muestra cual era la clave de todo esto para Leonardo: "Non si può descrivere l'andatura dell' acqua, se prima non se definisce che cosa sia gravità, e dove essa gravità nasca o muoia." No se puede tratar del comportamiento del agua a menos que uno describa primero qué es la gravedad, y dónde están su origen y su fin.

Parece que Leonardo consideraba que cada planeta podía ejercer atracción sobre sus elementos, pero no que uno pudiera atraer a otro. En CH 6 V, por ejemplo, trata del flujo y del reflujos del mar, pero se decide en contra de una atracción lunar como causa, refiriéndose a las grandes perturbaciones que tal atracción produciría en el Mar Mediterráneo. Es

claro que aquí entramos en el terreno de la hidrodinámica, y debemos dejar para otro trabajo las nociones de Leonardo sobre mareas. Pero todo esto nos hacía falta para entender mejor sus ideas sobre las fuerzas que intervienen en su estudio del agua en estado de reposo. La cuestión de la atracción entre cuerpos celestes no parece estar resuelta en el Códice Hammer pues en CH 7 V, Leonardo menciona como tema para un libro sobre el agua (que nunca fue escrito) la cuestión de las mareas, y si serán debidas a una atracción lunar, o solar, o si se trata de la "respiración" de la Tierra. Hay que tener en cuenta que Leonardo dio gran importancia a las analogías, incluyendo la de nuestro planeta con animales superiores. La sangre de los animales y el agua del planeta eran términos de tal analogía.

Leonardo se preocupó por el sistema de los elementos que forman la Tierra y sus respectivos centros (CH 17 V, 22 R, 35 V). Reconoce que si no hubiera más que agua, se formaría una esfera con centro único, pero como hay tierra también, y hay montañas y fosas marinas, los centros no coinciden. No parece claro cuales serían las consecuencias que resultarían de una falta de coincidencia de los centros de los elementos. Parece que a ello se debería el constante movimiento del agua y de otros elementos; todo el sistema estaría evolucionando hacia un equilibrio final de capas esféricas con centro único. En parte eso se logra, pues, dice Leonardo que todos los mares que están en comunicación tienen una superficie común, la cual equidista del centro de los elementos (CH 15 R). En otro pasaje (CH 22 V) hallamos la afirmación de que todas las orillas de mares comunicantes son de igual altitud, y son la línea más baja de tierra que se halla en contacto con aire. En CH 34 V, Leonardo explica que toda masa de agua en reposo, ya sea un estanque, un lago, un foso, un pantano, tiene una superficie equidistante del centro del mundo.

Leonardo insiste en que toda porción de una interfaz aire-agua es esférica ya que tiene que equidistar del centro de la Tierra. Por eso, en CH 20 R formula la pregunta: ¿puede tal interfaz (a una escala muy pequeña) tener forma plana? Dice que el centro de la superficie del agua en un vaso es más alto que el borde. Parece haber aquí un error, pero es que en este caso está midiendo las alturas relativamente a un plano horizontal perpendicular a la vertical por el centro del vaso.

Otro ejemplo que muestra a Leonardo pensado a escala planetaria se encuentra en CH 21 R donde explica qué ocurre a una porción de agua en el interior de la Tierra. Para entender mejor lo que dice, supondremos que existen túneles que atraviesan a la Tierra, ya sea como diámetros o como cuerdas de círculos máximos. Si se deposita algo de agua en el centro de uno de estos túneles, allí se quedará. En CH 8 R, 21 V, 25 R, toda

agua con libertad para moverse es considerada como agua que no puede desplazarse hacia arriba; solamente puede ir hacia abajo. "L'acqua per sè non si muove s'ella non discende", dice Leonardo en CA 21 V. Como en los túneles supuestos en el párrafo anterior el punto más cercano al centro del mundo es el centro de cada túnel, el agua que se pone allí no se mueve pues si lo hiciera subiría: se desplazaría hacia un lugar más lejano del centro.

En CH 30 V, Leonardo considera una cuestión relacionada con la anterior, pero en este caso dice lo que hace el agua que se mueve sobre la superficie de la Tierra: si se está moviendo, una parte es más baja que la otra. Esto es muy interesante a propósito de la sección siguiente de este trabajo, donde se trata de vasos comunicantes y sifones. Desde un punto de vista general, este pasaje, con el agregado de que si el agua no se mueve sus extremos están a igual nivel, es sumamente valioso; pues por él vemos a Leonardo tomando una posición muy nueva, que es la de considerar a la estática como un caso especial de la dinámica.

VASOS COMUNICANTES Y SIFONES

Leonardo siempre buscó simetrías y analogías en sus estudios, y aunque no parece haber señalado la simetría que aparece entre vaso comunicante y sifón, se percibe que usa razonamientos analógicos para ellos. Es interesante que en el Diccionario de la Real Academia Española encontremos una simetría para dos significados de la palabra sifón. Si nos referimos al común tubo en U de nuestros laboratorios, es evidente que lo podemos invertir y hacerlo funcionar como sifón. En nuestra lengua la misma palabra sirve para denotar el sifón común para trasvasar y para indicar un conducto en forma de U que permite pasar el agua de un canal por debajo de una calle, conectando sus dos extremos al dicho canal.

En sus escritos sobre vasos comunicantes, Leonardo trata de explicar la igualdad de nivel en varias maneras. Se ve que la analogía entre una balanza de brazos iguales y un tubo en U le tienta y se encuentra en varios pasajes la tentativa de explicar lo que ocurre en vasos comunicantes desiguales mediante la división del agua contenida en ellos en dos partes, una en forma de U que estaría en equilibrio por la misma razón que la del tubo en U. Lo difícil es explicar que el resto también está en equilibrio. Hasta ahora, en los documentos ya examinados no se halla tal justificación en una forma que sea satisfactoria. En CH 26 R se hallan varios dibujos que representan sifones y vasos comunicantes. Entre los últimos, se notan algunos en los cuales Leonardo marcó el tubo en U (Fig. 1). Pero debe

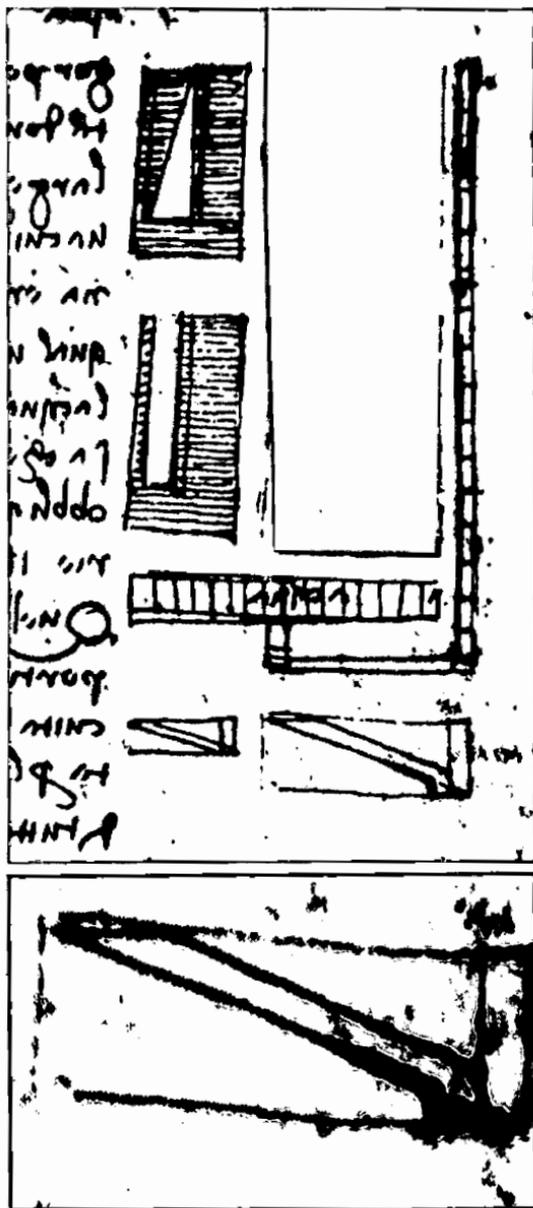


Fig. 1. Equilibrio del agua en recipientes de distintas formas (sifones y vasos comunicantes).

Hammer, right, Leicester 26 recto. Photo File N° 605 B-a.

haberse dado cuenta de que no era posible hacer eso siempre, y que había formas de vasos comunicantes que no lo permitían, como los que esbozó al pie de los otros dibujos de la Fig. 1. Si los vasos comunicantes son uno vertical y el otro inclinado, como él los dibujó, no hay forma de separar una U líquida del resto del agua. No escribió Leonardo un comentario en este folio sobre esta dificultad, pero el mensaje pictográfico es suficientemente claro.

El criterio del tubo en U debe haber dejado a Leonardo insatisfecho. En otros pasajes se lo halla tratando de razonar de otra manera. Después de todo, por qué no considerar a los vasos comunicantes como una forma especial de un recipiente; en tal caso ya estaría bien demostrado que el agua en reposo dentro de ellos debe tener una superficie equidistante del centro del mundo. En definitiva, Leonardo debe haber reconocido la evidencia experimental, y debe haberla aceptado sin llegar nunca a una explicación que le satisficiera totalmente. Nosotros sabemos que sin una noción clara de presión, y de su isotropía, es difícil llegar a métodos generales en hidromecánica. El mismo Arquímedes se vio limitado de esta manera, como se puede ver en el excelente estudio de su libro sobre cuerpos flotantes debido a E. J. Dijksterhuis, quien hizo un detallado análisis del texto griego, adoptando un nuevo modo de presentarlo. (Dijksterhuis 1957).

En la categoría de vasos comunicantes podemos poner aparatos con los cuales Leonardo hizo estudios de hidrostática, pues se originan agregando un fuelle vertical sobre un lado. Los que se encuentran en CM I (Macagno 1982) son mucho más adelantados que los del Códice Hammer, pero algunos de este código revelan tan claramente las intenciones de experimentar que vale la pena examinarlos cuidadosamente. Uno de los dibujos (Fig. 2) muestra una jofaina a la que se modifica eliminando su pico y poniendo un tubo manométrico con el evidente fin de medir la presión. Esta se puede variar mediante un fuelle vertical acoplado a la boca de la jofaina, sobre el cual se puede colocar un peso. Otra jofaina se muestra en el mismo folio CH 11 R en la que el tubo se ha acodado de modo que produzca un chorro horizontal (Ver Fig. 2). El chorro incide sobre la placa de un péndulo de la cual tira un peso mediante un hilo que pasa por una polea. Es evidente que se trata aquí de medir la fuerza ejercida por el chorro. Esto va más allá de la hidrostática, pero no hay que olvidar que Leonardo tendió a borrar los límites entre estática y dinámica y que quiso calcular la presión en el interior de un recipiente por observaciones realizadas en pequeños chorros salientes del recipiente (Macagno 1985). Hay un tercer dibujo en CH 11 R, pero es demasiado esquemático

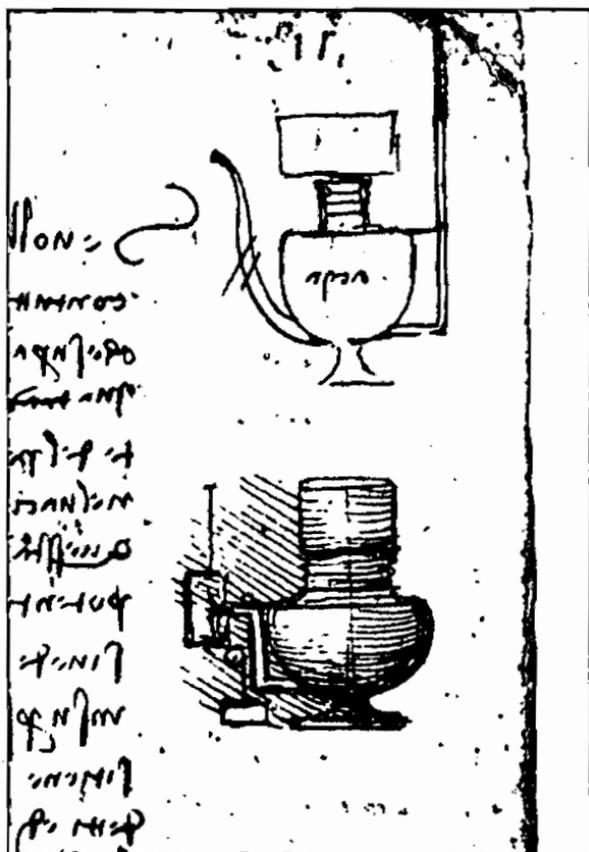


Fig. 2. Fuerza del agua en un recipiente.
 Hammer 11 A right, Leicester 11 recto. Photo File N° 605 A-b.

para hacer alguna interpretación, aunque se puede decir que tiene un fuelle vertical de un lado y un tubo troncocónico del otro.

En otro de los dibujos reproducidos en Fig. 1 parece evidente la idea de equilibrar, de un lado de los vasos comunicantes, 16 elementos de peso de agua con otros 16 elementos de peso que se arreglan horizontalmente. Leonardo indica que estos otros elementos son de agua. No se ve claramente como actúan, pero debe ser a través de un fuelle o de un pistón, pues así es como lo hacen elementos en figuras similares de otros cuader-

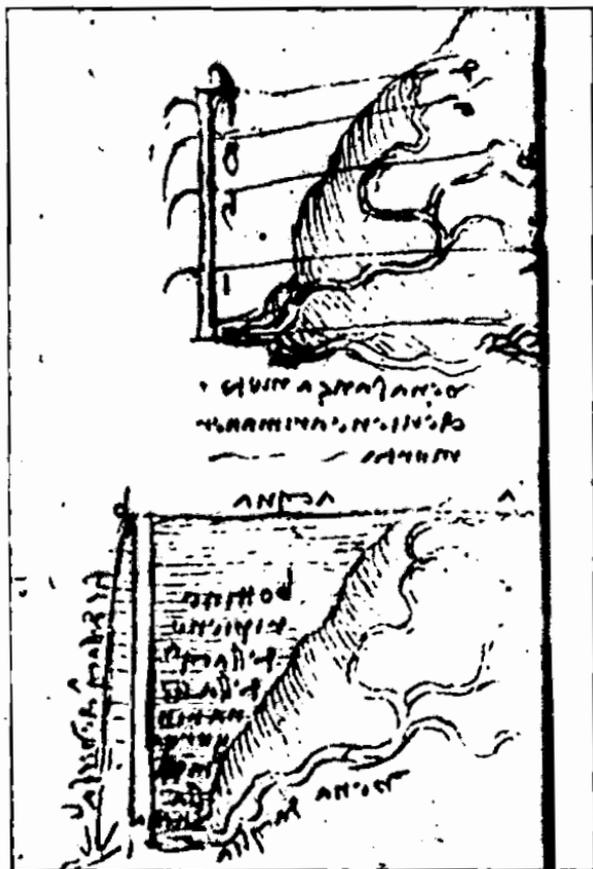


Fig. 3. Sección vertical de una montaña con cursos de aguas subterráneas. Hammer 7B left verso. Photo File N° 601 B-a.

nos. En todos estos dibujos, para los cuales no hay a veces un escrito explicativo, se ve al experimentador en acción.

Una relación entre el estudio de vasos comunicantes y la hidrología subterránea se encuentra en CH 7 V, dos de cuyos dibujos se reproducen en Fig. 3. La situación es ciertamente hipotética, y con fines que parecen didáctico-ilustrativos. En el primero, una vena subterránea se conecta a un tubo piezométrico en el cual el agua sube hasta que compensa la del

otro lado complejo de estos vasos comunicantes. La segunda figura trata de ilustrar lo mismo que la primera. Las leyendas de estas dos figuras dicen que se llegará en el tubo, y en el embalse, a la altura de origen de la fuente de agua. Los comentarios del texto dicen lo mismo, pero luego continúan con consideraciones que van más allá de la pura hidrostática.

Otras consideraciones de tipo hidrológico se encuentran en CH 32 V, donde Leonardo discute con un adversario (que muy posiblemente es imaginario) sobre la razón por la cual se encuentra agua en las cumbres de las montañas. Leonardo trata de mostrar que es errónea la explicación basada en que el mar es en realidad más alto que las cumbres de las montañas, y simplemente fluye a sus picos por la acción de la gravedad. Leonardo, naturalmente, acepta que el efecto de vaso comunicante existiría, pero rechaza que el nivel del mar sea superior al de los picos de las montañas. Por extraño que parezca, hubo quienes no tenían una noción de la hidrostática a escala planetaria. Pero hay que proceder con cautela, pues si bien Leonardo derrota aquí al "adversario", no estuvo ajeno a la seducción ofrecida por la analogía entre la circulación de la sangre en el cuerpo humano y la circulación del agua en nuestro planeta (CH 21 V). Una interesantísima discusión de esta cuestión se encuentra en un trabajo de M. Kemp, que ha estudiado las notas de Leonardo en el Códice Hammer (Kemp 1982). Es claro que cuando entramos a considerar la circulación del agua ya nos alejamos de la hidrostática; pero en el caso de Leonardo es difícil considerar el equilibrio de los fluidos como tema aislado.

La idea de un pozo que atraviesa la Tierra uniendo puntos antipodales, o a lo largo de una cuerda de un círculo máximo, o haciendo una V que va al centro y vuelve a la superficie del planeta formando un ángulo, se encuentra en varios cuadernos (Ver comentarios del pozo diametral en Macagno 1982). En CH 21 V se considera esta supuesta experiencia, y se afirma que si uno volcase un río en un pozo diametral llegaría al otro lado a un nivel sobre la misma esfera, no deteniéndose el agua en el centro de la Tierra. Afirmaciones similares se hacen para otras configuraciones del pozo.

Los pasajes y dibujos que se refieren a sifones en el Códice Hammer son relativamente pocos. Mucho más se halla en el Códice Atlántico. Cuando el sifón es simplemente como una U invertida, Leonardo apela una vez más a la analogía con la balanza de brazos iguales, para decidir si el sifón va a funcionar o no. La cuestión se vuelve seguramente más interesante cuando el sifón no es de diámetro uniforme y el conducto es mucho más amplio de un lado que del otro, tomando la forma de un cuerno en

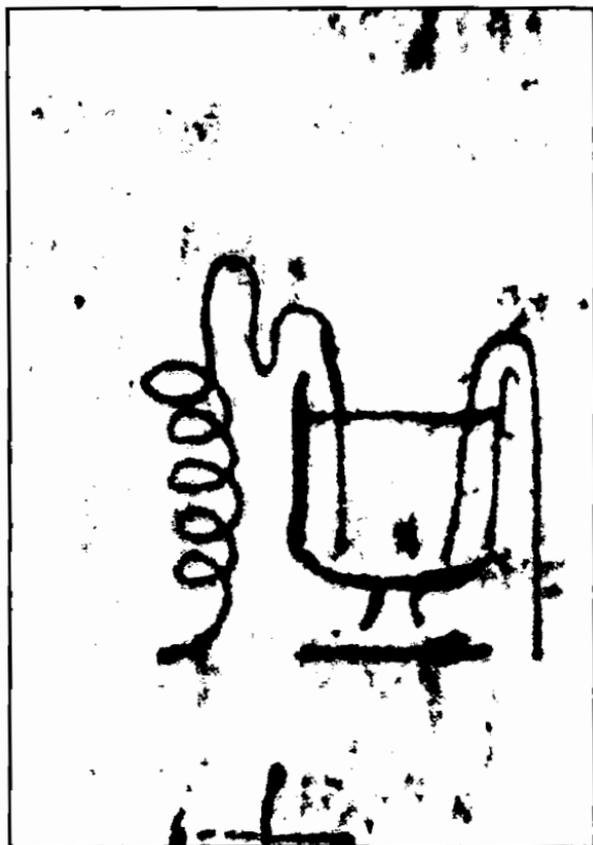


Fig. 4. Hammer 11 B, Leicester 26 recto. Photo File N° 605 B.

curva. Se presenta entonces la cuestión de si el sifón obedece a una diferencia de pesos. Leonardo, sin lugar a dudas, se decide por la diferencia de niveles. El primer ejemplo que citamos del Código Hammer es puramente un mensaje pictográfico (Fig. 4). Un pequeño dibujo muestra un vaso con un sifón de cada lado; uno es simplemente una U invertida; el otro tiene la forma general igual, pero el lado de afuera es un tubo en serpentina, que naturalmente contiene mucho más peso de agua. La idea es que uno pudiera pensar que por eso va a rendir más caudal. Sabemos por otros escritos que Leonardo conocía muy bien la respuesta correcta.

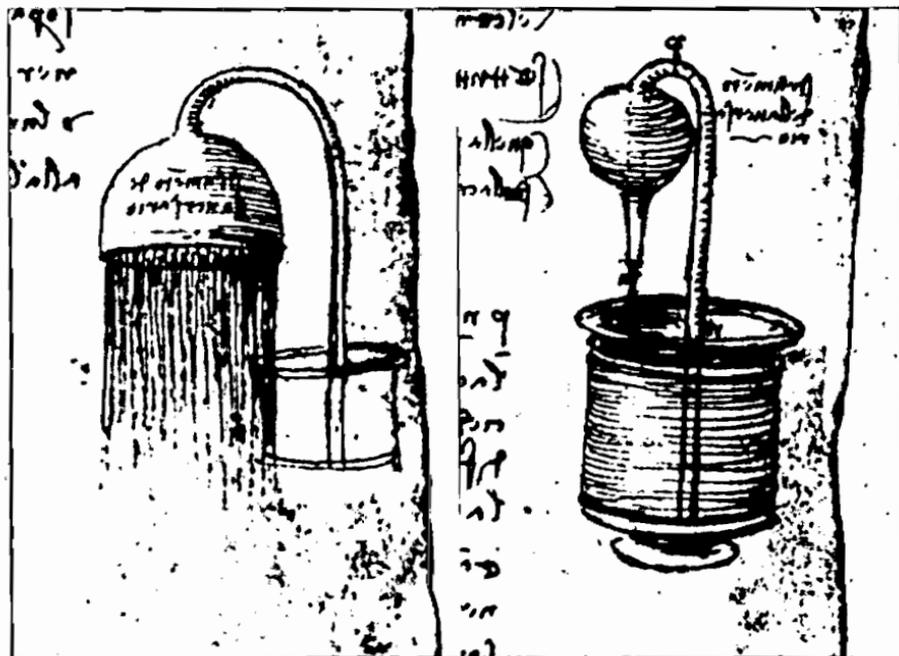


Fig. 5. Sifón ideado por un "adversario" de Leonardo.
 Hammer 3 B right, Leicester 34 recto. Photo File N° 597 B-b,c.

El folio CH 34 tiene una abundancia de dibujos de sifones acompañados de textos explicativos. En el recto, Leonardo ilustra aparatos del "adversario". En sus comentarios del Códice Atlántico, el Profesor Marinoni advierte que Leonardo dialoga con un adversario imaginario, tal como ya se ha indicado antes (Marinoni 1975-80). En la Fig. 5 se reproducen tales aparatos. Es evidente que se lograría con ellos un simplísimo dispositivo de movimiento continuo o perpetuo. Según A. Ord-Hume una idea como ésta persistía todavía en los siglos xvii y xviii, llegando a engañar al propio Juan Bernoulli (Ord-Hume 1977). El largo párrafo que acompaña estos dos dibujos no es completamente coherente, y resulta difícil establecer exactamente qué quiso decir Leonardo. Tomando el conjunto de los dos mensajes, el escrito y el pictográfico, uno tiene que inclinarse por una actitud crítica de parte de Leonardo. De otra manera, mostraría por un lado, en el recto de CH 34, que no entiende la situación,



Fig. 6. Experimentos con sifones.

Hammer 3 A left, Leicester 34 verso. Photo File N° 597 A-b.

cuando en el verso del mismo folio muestra comprender muy bien cómo funcionan diferentes sifones. La impresión es de que fue críptico en el recto, por razones que no se pueden imaginar.

En la Fig. 6 se reproducen algunos de los dibujos de CH 34 V. Vemos uno en el cual aparece otra vez el sifón con un tubo en serpentina del lado de afuera, evidentemente comparado con sifones de simple forma de V invertida. El comentario es en este caso clarísimo: “Tutte le canne d'equal vacuità, che terminano con equal bassezza, gitteran, con equal tempo, equale acqua d'un medesimo vaso, ancora che le lor lunghezze fussi variate in infinito”. Leonardo muestra aquí comprender muy bien que es la diferencia de nivel la que rige el funcionamiento. Es claro que aquí está despreciando las resistencias, cosa que raramente hace. Los comentarios para los dos dibujos en que los sifones son de diámetro variable, son también muy apropiados, y los mencionamos aunque trascienden la hidrostática. Cuando el lado de mayor diámetro del cuerno está del lado exterior, el sifón falla pues el agua no puede mantener el tubo lleno, el aire penetra y el sifón se vacía. En cambio, cuando el lado de menor diámetro es el que está afuera, el sifón funciona sin dificultad.

FUERZA Y PRESIÓN

En los Códices de Madrid se encuentran numerosos elementos para el estudio de la fuerza hidrostática, incluyendo bien concebidos experimentos, pero el Códice Hammer ofrece un penetrante pasaje sobre la presión hidrostática. Se encuentra uno con la paradójal situación de que Leonardo quizás comprendió mejor la presión que la fuerza debida a una capa de agua. Quizás debido a que, en líquidos pascalianos por lo menos, la presión se puede reducir a un escalar, mientras que la fuerza es un vector, no sea tan extraño después de todo que se haya producido una situación paradójal en el entendimiento de estas dos nociones por parte de Leonardo. También hay que tener en cuenta que a nosotros nos han enseñado a no mirar como extraña la multiplicación de dos cantidades físicas diferentes, como la de una fuerza por una longitud, ni la división tampoco, como en el caso de dividir un espacio por un tiempo. Por eso resultó fácil “inculcarnos” la noción de que la presión no es más que una fuerza dividida por un área. A Leonardo, las dos magnitudes físicas, presión y fuerza, pueden muy bien venirle por canales de la mente mucho más separados que en nuestro caso. Al estudiar sus escritos y sus dibujos hay que estar alerta para darse cuenta de cómo llega a diferenciar presión de fuerza. Esta no es una tarea fácil, pues Leonardo no disponía de, ni trató de crear, dos palabras diferentes para estos dos conceptos

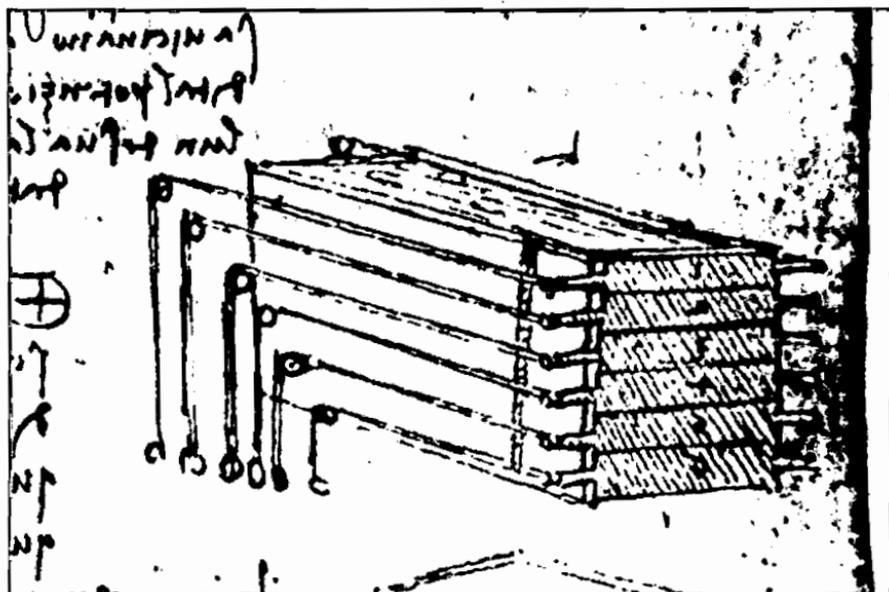


Fig. 7. Medida de la presión del agua a varias profundidades.
Hammer 6 A right, Leicester 6 recto. Photo File N° 600 A-a.

En CH 6 R, Leonardo describe un experimento que revela una comprensión profunda de la presión hidrostática, y lo que es quizás más notable es que, en la explicación del experimento, no llega a introducir una definición como la nuestra. El experimento (Fig. 7) consiste en reemplazar una de las paredes de un tanque rectangular por una serie de placas de poca altura, cada una de las cuales se conecta a dos hilos que pasan sobre poleas y llevan pesos destinados a llevar cada placa justamente al plano donde estaba la pared única. A fin de evitar la pérdida de agua, se monta un cierre formado por una membrana que se espera no interfiera con las medidas. La explicación de Leonardo no podría ser más breve, pero la que se da aquí resulta de leer no solamente su comentario escrito sino también su pictograma. Este proceso de diferenciación mecánica (en vez de matemática) de la fuerza hidrostática sobre la pared del tanque, es muy avanzado para la época en que fue concebido y, quizás, ensayado. Si bien Leonardo no llegó a escribir $dF/dA = p$ como lo haríamos nosotros; ni siquiera a expresar el equivalente de $\Delta F/\Delta A$ como haríamos nosotros también, su mente estuvo muy cerca de esa manera de ver las cosas.

Podemos decir sin dudas, que concibió el ΔF , para áreas todas iguales, y se acercó enormemente a una representación de la distribución de la presión. Su confianza en que estaba concibiendo el experimento en una forma correcta (a pesar de las dificultades técnicas que pudieran presentarse) se ve en que se refiere, en este mismo folio, a la distribución que busca como puesta en evidencia también por los chorros que salen de orificios hechos a diferente profundidad en la pared vertical.

Es interesante que el experimento del folio 6 R se encuentre al final de una página en la que Leonardo registró su interés por la fuerza de las aguas contra un muro de contención. Allí hace notar que el agua ejerce una "potentia" contra el muro, que varía de la superficie del agua hacia abajo; aumentando con la profundidad. Es casi seguro que pensara que la variación era lineal, pero no lo dice aquí. Podría pensarse que el término de Leonardo para la presión era "potentia", pero ésta es una palabra usada en muchas ocasiones con diverso sentido. Es posible que buscara una manera de llamar a esta idea, que debía sentir nueva, y recurriera a ese término una vez más. Antes de pasar a otras notas de este códice, cabe anotar aquí que, en CH 12, Leonardo se preocupó también de la presión ejercida por el agua sobre las paredes de un conducto. Esto es de interés, pues son raras las referencias a conductos en las notas de Leonardo.

En los cuadernos de Leonardo se encuentran a menudo contradicciones aparentes que corresponden a un mismo tema. Esto se debe a que estos escritos son como un diario íntimo de un investigador, cuyas ideas van cambiando sin que él se ocupe mucho de indicar las fechas en que se producen. Sin saber bien el orden cronológico, uno ve contradicciones que no son siempre fáciles de resolver. Pero hay otra fuente de contradicción, pues también hay notas de lo que piensan, o pensaron, otros. Por esto es tan importante el estudio de las fuentes de las cuales se nutrió Leonardo. Algo sabemos de esto, pero no todo. Una vez que quede bien determinado lo que Leonardo escribió, y dibujó, sobre mecánica de fluidos, habrá que hacer una investigación exhaustiva sobre lo que es realmente suyo. Se puede anticipar que ésta será una tarea difícil, pues muchas veces uno puede percibir que, al hacer anotaciones de un conocimiento en boga, Leonardo pone algo de su parte. Un caso de este tipo lo constituyen las consideraciones sobre el peso del agua sobre el fondo del mar, de un lago o de un vaso. Leonardo dice muchas veces: "agua dentro de agua no pesa", repitiendo algo enunciado antes de él. Pero cuando sigue lucubrando sobre el tema, resulta difícil saber dónde está la frontera entre lo heredado y lo desarrollado por su mente. No hay ninguna duda sobre la delimitación cuando diseña en el Códice I de Madrid un

aparato para medir la fuerza del agua en el fondo de un recipiente cilíndrico (Macagno 1982), pero las dudas se multiplican cuando uno lee el siguiente párrafo de CH 6 R:

“El agua que no tiene movimiento no pesa sobre su fondo. Esto lo demuestran las delicadas hierbas que están sobre tal fondo y que ondean en el agua. También lo demuestra el ligerísimo fango del fondo de un pantano, el cual es casi de la densidad del agua. Si el agua se posara sobre el fango, debiera vérselo condensarse y casi petrificarse. Como lo que ocurre es lo contrario, la afirmación de que el agua no pesa sobre su fondo resulta de la experiencia”.

Continúa Leonardo con otros argumentos en favor de la misma afirmación. En CH 26 V hallamos otra vez las consideraciones sobre las algas y las hierbas del fondo. Y en CH 34 R, Leonardo considera un recipiente y dice que “si toda el agua pesa sobre el fondo, una parte del agua se posa sobre una parte del fondo de tal vaso”, pero a continuación expresa que solamente adquiere peso una parte del agua, si uno le retira la correspondiente parte del fondo, pues entonces el agua entra en contacto con aire, que no la puede sostener. Componiendo todas estas notas, uno tiende a creer que hay mucho de lo que Leonardo está pensando al escribirlas. Parece que confunde (usando nuestro lenguaje) el equilibrio, entre el peso del líquido y la reacción del sólido en su contacto, con una total inexistencia de fuerza. También parece que coexisten en su mente dos ideas, una correcta y otra errónea. Cuando dice “el agua no pesa dentro del agua” puede ser que esté pensando que una porción de agua flota neutralmente dentro del resto. Por otra parte, el peso parece que para él no existiera sino se manifiesta si está en potencia solamente. No parece haber comprendido la presión ambiente, aunque sí entendió la presión sobre una pared, y aunque no parezca, también terminó por comprender la presión sobre el fondo.

Al no tener noción de la presión atmosférica, Leonardo no podía tener tampoco una estimación de su valor, y pensar que nosotros recibimos constantemente una presión equivalente a diez metros de inmersión bajo agua (Es claro que esa agua no debería tener la atmósfera encima suyo). Dice Leonardo que las plantas bajo agua se ven tan libres como si estuvieran creciendo en el aire. Y no capta que la diferencia es solamente de un poco más de presión ambiente, o circundante. En lo que se refiere al fango en el fondo del pantano, parece que Leonardo piensa que cada partícula debiera estar abrumada por el peso de la columna de agua encima de ella, sin darse cuenta que por debajo recibe una fuerza solamente un poco mayor. No establece una conexión que a nosotros nos

parece muy natural. Leonardo sabe que existe una disminución de peso cuando algo se pesa en el agua con respecto al peso en el aire. Lo repite en varios de sus cuadernos. Esto revela que su noción de empuje hidrostático no fue elaborada en todas las direcciones posibles. Esto plantea la cuestión de la profundidad y extensión con que las cosas son sabidas. Al comenzar a explorar una ciencia, es muy posible no ver algunas cosas fundamentales mientras se abarcan otras. Son tiempos en los cuales la mente pasa rápidamente, a veces en viajes de ida y vuelta, de lo erróneo a lo aceptado. Al analizar algunos otros puntos del Códice Hammer, en el párrafo siguiente, se tratará de ilustrar cuan borrosas pueden ser las líneas de separación entre luz y sombra en una mente que continuamente crea algo nuevo.

En CH 6 29, se halla una frase que se refiere a un método para ver en qué parte del fondo de un vaso el agua lo grava más. No es claro qué método, pero parece ser el mismo que se usa para la distribución de la fuerza sobre la pared vertical. Quizás ésta sea una nota agregada después de haber revisado la manera de considerar el peso del agua sobre el fondo. Es de esperar que al ir investigando otros documentos, estas dudas se aclaren. Otra fuente de perplejidad, para el estudioso de Leonardo, viene de sus notas sobre la capacidad del agua para ejercer "peso" (¿o será fuerza?) cuando está en movimiento. Esta idea parece entroncarse con la capacidad de mantener material sólido en una flotación dinámica que tienen las aguas corrientes. Así, en CH 18 V, Leonardo dice que el agua que corre puede mover y transportar en su seno cosas tanto más densas que ella cuanto más veloz es, y, a la inversa, tanto menos sostiene cuanto menos veloz es. Ya estamos fuera de la hidrostática en realidad. Es evidente que tenía que ser algo que ocurría con corrientes turbulentas. El mecanismo por el cual el agua que corre en un río, o en un canal, desarrolla turbulencia que puede mantener sedimentos en suspensión, había de explicarse solamente en este siglo, pero empíricamente Leonardo lo ve, y se lo explica por una capacidad del agua en movimiento para "pesar", o para ejercer fuerza. Quizás vale la pena explorar si Leonardo ve el agua turbulenta como un elemento que gana en peso, o en densidad. En CH 20 V, vuelve al tema y dice: "Quell'acqua sarà più torbida che fia più veloce". En CH 22 R dijo que, donde más veloz corre el agua más potente es, más pesa, y más tiempo puede sostener cosas en su seno. Es casi como una hidrostática válida para un fluido agitado por la turbulencia.

Como se hizo más arriba un comentario sobre Leonardo no viendo la fuerza por arriba y por abajo sobre un grano de limo, hay que mencionar que vio la fuerza diferencial en otros casos. Así, en CH 6 R, en un comen-

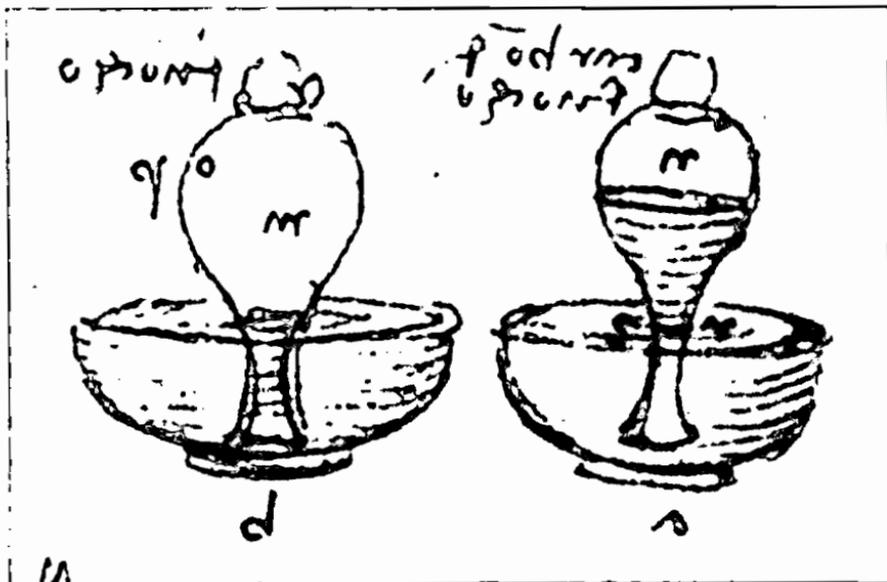


Fig. 8. Experimentos demostrativos del vacío.
Hammer 3 B left, Leicester 3 verso. Photo File N° 597 B-a.

tario que indudablemente es para una figura de un muro con agua a distinto nivel en cada lado, Leonardo expresó que el muro recibe menos sollicitación que si hubiera agua de un solo lado y aire del otro. Que Leonardo tiene una noción de la fuerza diferencial que produce la flotación se ve claramente en CH 25 R, donde explica lo que ocurre con aire que en forma de una burbuja ha sido introducido dentro del agua de un recipiente. En términos más bien oscuros, pero de indudable significado, Leonardo explica que la burbuja es llevada hacia la superficie libre del agua por una desigualdad de las fuerzas que actúan a su alrededor.

Hay casos en que uno descubre un evidente error. Tal cosa ocurre con el "experimento" representado en la Fig. 8, en el cual una botella es colocada boca abajo en un recipiente con agua; parece que inicialmente el nivel del agua dentro de la botella sería el mismo que afuera; luego se coloca sobre la base de la botella un carbón encendido. Leonardo cree que el agua en el interior de la botella se eleva y lo explica diciendo que no se debe a una atracción del agua ejercida por el calor, sino porque el fuego

que entra en la botella consume el aire; entonces el agua sube, para evitar el vacío. Como control, Leonardo aconseja hacer un agujero en la botella (ver la otra figura), con lo cual se verá que el agua no sube. Si Leonardo hubiera hecho el experimento hubiera visto que el agua baja en vez de subir. Nosotros sabemos por qué, pero hubiera sido interesante ver qué explicación habría dado él. Quizás se halle en los cuadernos que falta examinar a fondo. Lo cierto es que aun en este caso en que uno halla un pasaje totalmente equivocado, todavía se logra penetrar en la manera de pensar; debido a una adherencia a ideas tradicionales, sobre lo que el fuego puede hacer al aire y la imposibilidad del vacío, es que entendemos estas predicciones contrarias a la experiencia. Además aprendemos que hay que ser muy cauteloso en aceptar como ejecutado un experimento; pudo haber sido algo que se planeaba, o algo que se pensaba para ayudar a presentar una idea, o una creencia.

CONCLUSIÓN

El lector debiera sacar sus propias conclusiones. El autor no desea hacerlo para él ni por él. La razón es que el estudio de los cuadernos de Leonardo no está terminado, y muchas cosas son solamente provisionarias, en espera de mayor información que se hallará en los cuadernos que van a ser estudiados en el futuro. Para evitar que el lector se sienta defraudado, le ofrecerá el autor algunas reflexiones.

En el estudio de una de las tantas disciplinas a las que Leonardo da Vinci dedicó su entusiasmo por descubrir e investigar, el autor ha encontrado mucho más que notables contribuciones mezcladas con esfuerzos infructuosos por llegar mucho más lejos. De ahí se deriva una lección para nuestros tiempos. Una lección doble, en realidad; si Leonardo tuvo una actitud audaz y valiente lanzándose sin temor en campos inexplorados, ¿por qué tantos investigadores de nuestros tiempos son tan cautelosos? Parece que uno de los secretos de Leonardo es muy simple: no tenerle miedo a lo desconocido y a las fallas en las tentativas de explorarlo. Este, digamos, es el recto de la lección, que, como se dice más arriba, tiene su verso como los folios de los cuadernos de Leonardo. El mensaje en el verso dice que si bien toda ciencia humana es susceptible de ser mejorada, ha transmitido junto con los conocimientos imperfectos, una metodología para pensar y estudiar que nunca se ha perdido y que, bien empleada, siempre ha dado resultados positivos. Uno de los elementos de esa metodología ha sido el pensamiento analógico crítico que se ocupa tanto de encontrar semejanzas como de establecer las diferencias. Otro es el análi-

sis desapasionado de los datos recogidos por atenta y honesta observación de los fenómenos que ocurren ante nosotros y de los que creamos, en condiciones que están de acuerdo con nuestros designios. El método experimental halló un gran cultor en Leonardo, pero no era nuevo, no fue su invención. Es cierto que las técnicas para experimentar han ido cambiando y haciéndose mucho más precisas y complejas, pero muchas figuras del pasado suplieron con una mente penetrante lo que les faltaba en técnica. El verso de la lección es que nuestra mente es todavía —y seguirá siendo— lo mejor que tenemos para llevar la ciencia a nuevas cumbres.

En el estudio de la obra de Leonardo en hidráulica y mecánica de fluidos, hay que poner las cosas en la perspectiva general de sus notas y dibujos, a los cuales, a su vez hay que ver en el cuadro de la vida de Leonardo, en tiempos bastante diferentes de los nuestros. Sabemos una parte de sus pensamientos y de sus resultados, pues solamente una parte de los manuscritos que él dejó nos ha llegado. Otros datos muy importantes para valorar su obra pueden obtenerse en el futuro, pero quizás nunca todos los que se necesitan. Algunos puntos pueden quedar oscuros para siempre. Otros están bien claros ya, como la bien fundamentada formulación de lo que ahora llamamos la ecuación de continuidad de los fluidos; de esto no queda ninguna duda, y sería justo llamarla la ecuación de Leonardo da Vinci. Ya ha sido propuesto que el vórtice irrotacional (Macagno 1976) lleve su nombre, pues él descubrió la ley de la velocidad inversamente proporcional al radio de tal vórtice. Sería más que justo que el primer gran estudioso de los movimientos vorticosos del agua fuera así recordado, como se recuerda ya a otros que estudiaron vórtices como Rankine, Oseen y Taylor.

RECONOCIMIENTO

Pocas veces se ha mezclado el recuerdo, con sus emociones, al escribir mis trabajos. No puedo cerrar éste sin expresar el placer que me ha causado redactar estas notas, en las cuales se resume una parte de mis investigaciones de la obra de Leonardo, pues van como homenaje sentido y amistoso a uno de los maestros de la hidráulica que tuve. Es cierto que no estuve en las aulas chilenas donde enseñaba el Profesor Francisco Javier Domínguez, pero me alcanzó con su excelente *Hidráulica*, que aún conservo. Ya había pasado yo el examen de Hidráulica en la Universidad de La Plata, para cuya preparación elegí otro de los grandes libros de aquellos tiempos, la *Idraulica* del Profesor Giulo de Marchi. El libro de Domínguez lo

descubrí después, y lo leí y estudié por puro entusiasmo. Entre muchas otras cosas, me dejó una enseñanza fundamental: hay que hablar sobre la base de lo que uno hace. Pocos libros reflejan tanto la experiencia del autor como esta *Hidráulica*. Después del libro, me llegó el autor, en persona, un día que yo fui encargado de mostrarle al distinguido visitante lo que yo hacía, o intentaba hacer, en las nuevas instalaciones del Laboratorio de Hidráulica de La Plata. Tuvimos un largo diálogo junto a esos canales experimentales en lo que yo daba mis primeros pasos como investigador. Yo ya tenía una fuerte vocación creciendo dentro mío, pero me sentía sólo. Nunca más lo estuve después de conversar con el Profesor Domínguez. El me dio, con entusiasmo docente, iluminantes explicaciones de los fenómenos que observábamos juntos. Siempre he pensado que se dio cuenta de cuanto necesitaba el neófito del impulso del maestro. En esas pocas horas, ganó un nuevo discípulo, entre muchos que ha tenido. Aquel encuentro fue crucial para mí, y por eso con este homenaje va mi gratitud.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue posible gracias a la ayuda de instituciones y personas que contribuyeron en diversas maneras. A todos van mis gracias más sentidas. Estoy especialmente agradecido por la ayuda financiera de la Fundación Alexander von Humboldt de la República Federal Alemana y de National Science Foundation y National Endowment for the Humanities de los Estados Unidos de Norteamérica.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- ARREDI, F. (1942-43). *Le origini dell'idrostatica*. Roma, L'ACQUA, fasc. 3, 7, 11, 12, 1942; fasc. 2, 5, 1943.
- DIJKSTERHUIS, E.J. (1957) *Archimedes*. New York, The Humanities Press.
- KEMP, M. (1982). *The crisis of received wisdom in Leonardo's late thought*. Milano, SCIENTIA, volumen especial. (El texto aparece en italiano también).
- MACAGNO M. Y MACAGNO E. (1976). *Estudio teórico y computacional de vórtices aislados*. Santiago, Chile, VII Congreso Latinoamericano de Hidráulica.
- MACAGNO, E. (1982). *Mechanics of Fluids in the Madrid Codices*. Milano, SCIENTIA, volumen especial.
- MACAGNO, E. (1985). *Leonardo da Vinci: Scientist and Engineer*. Berlin Symposium IAHR, April 1985. A ser publicado después del simposio.
- MARINONI, A. (1975-80). *Il Codice Atlantico*. Transcripción diplomática y crítica con comentarios. Firenze, Giunti-Barbèra.
- ORD-HUME, A. (1977). *Perpetual Motion*. New York, St. Martin's Press.
- PEDRETTI, C. (1982). Introducción a *Il Codice Hammer di Leonardo da Vinci*. Firenze, Giunti-Barbèra.
- RETI, L. (1980). *The Engineer*, en *Leonardo the Inventor*. New York, MacGraw-Hill Book Co.